

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/261404076>

# ORGANI DI MACCHINE: alberi – parte 1

Article · March 2014

---

CITATIONS

0

READS

2,724

1 author:



**Franco Concli**

Free University of Bozen-Bolzano

280 PUBLICATIONS 1,705 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



CRCCall2017 - M.AM.De. - Progettazione funzionale avanzata di componenti metallici mediante fabbricazione additiva [View project](#)



WEAR - An adaptive concurrent multiscale method for modeling wear [View project](#)

# ASSI E ALBERI

*Assi e alberi. Tipologie, progettazione, caratteristiche, dimensionamento e analisi delle sollecitazioni.*

» Franco Concli

**A**ssi ed alberi sono componenti meccanici che collegano organi rotanti tra loro e, attraverso i supporti, al telaio. Si parla di assi (rotanti o fissi) quando questi sono sollecitati solo a flessione, di alberi se trasmettono anche un momento torcente (rotanti). La loro tipologia costruttiva e le loro condizioni di carico dipendono fortemente dall'applicazione considerata. Per questo è importante chiarire a monte del dimensionamento, la funzione che l'albero dovrà svolgere. Esistono, infatti, molte tipologie costruttive che spaziano dagli alberi cavi agli alberi pieni. I primi sono di norma più leggeri e capaci di trasmettere carichi paragonabili a quelli trasmissibili dagli alberi pieni, ma risultano più costosi e, pertanto, vengono utilizzati solo in particolari settori come quello aeronautico o nel mondo motorsport in cui il peso gioca un ruolo determinante. Altra possibile classificazione può essere fatta in base alla lunghezza: si parlerà pertanto di alberi corti e alberi lunghi. Gli alberi possono poi essere ad asse rettilinea (come nella maggior parte delle applicazioni) o a gomiti (classica applicazione è l'albero motore di un propulsore a combustione interna).

## Regole di buona progettazione

Gli alberi possono essere realizzati con molteplici lavorazioni. Per diametri piccoli è pratica comune la laminazione a freddo o la trafilatura mentre la laminazione a caldo è più indicata per alberi di grosso diametro. Anche la fucinatura è contemplabile nel caso di alberi con spallamenti importanti. Successivamente i grezzi possono essere lavorati alle macchine utensili ma è comune bene prevedere tolleranze strette solo nelle sezioni con una funzione specifica (come ad esempio le sedi dei cuscinetti e dei mozzi, le superfici di tenuta, ecc.). La buona progettazione indica, poi, di prevedere raccordi in modo da ridurre gli effetti di intaglio nel passaggio da una sezione ad un'altra (ad esempio in corrispondenza di uno spallamento).

Altro aspetto fondamentale da tenere in considerazione durante la progettazione di un albero è la montabilità. Agli alberi, infatti, vengono tipicamente accoppiati altri componenti come ruote dentate, pulegge, cuscinetti ecc. che, in generale, devono poter essere inseriti assialmente. Questi elementi verranno poi fissati all'albero tramite forzamenti, ghiera, chiavette o anelli elastici di arresto.

Nella determinazione della forma costruttiva è anche importante scegliere la geometria in modo da minimizzare i coefficienti di intaglio, coefficienti che hanno un impatto maggiore sulla vita dell'albero che non un miglioramento del materiale di cui questi è costituito (materiali ad alta resistenza sono, infatti, generalmente più sensibili all'intaglio). Nella scelta costruttiva, però, non bisognerà tenere conto solo della capacità di carico, bensì anche della deformazione, parametro che spesso gioca un ruolo chiave. In linea generale è dunque bene ricordare che:

- nella zona di montaggio dei mozzi, spesso l'albero dovrà prevedere una maggiorazione del diametro attorno al 15-30% in modo da compensare l'effetto di intaglio;
- sugli spallamenti è bene prevedere un raccordo che, però, dovrà avere un raggio minore del raggio dell'anello del cuscinetto o altro componente che vi verrà montato;
- le scanalature anulari per gli anelli elastici di arresto e le filettature riducono sensibilmente il limite di fatica (30-50%);
- i fori trasversali riducono anch'essi sensibilmente il limite di fatica;
- per alberi lunghi un parametro limitante è sicuramente la deformazione massima, quindi, è importante scegliere nel modo più opportuno la rigidità dell'albero. per alberi corti il parametro più limitante è spesso la vita a fatica per cui è indicato anche l'utilizzo di acciaio alto-resistenziali.

## Dimensionamento e analisi delle sollecitazioni

Il primo passo nel dimensionamento di un albero è il calcolo delle forze e delle coppie nominali sullo stesso che dipenderanno dal montaggio e dai carichi. A titolo di esempio si considererà un albero montato e caricato come in figura 1. L'albero prevede due ruote dentate. I relativi dati geometrici sono riportati in tabella 1. Come detto in precedenza, il primo passo nel dimensionamento di un albero è la determinazione delle forze agenti sullo stesso. Le ruote dentate, in questo caso, essendo a denti diritti, portano solamente un contributo tangenziale ed uno radiale legato all'angolo di pressione quantificabili, per le due ruote, in

Forze tangenziali

$$F_{wt,1} = \frac{T}{r_1} = 3000\text{N}$$

$$F_{wt,2} = \frac{T}{r_2} = 1000\text{N}$$

Forze radiali

$$F_{wr,1} = F_{wt,1} \tan(\alpha_w) = 1092\text{N}$$

$$F_{wr,2} = F_{wt,2} \tan(\alpha_w) = 364\text{N}$$

diretti come in figura 1.

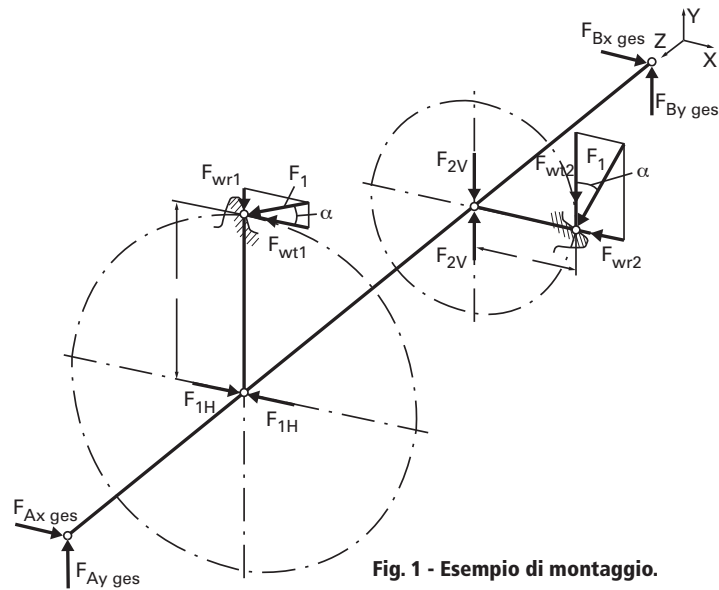


Fig. 1 - Esempio di montaggio.

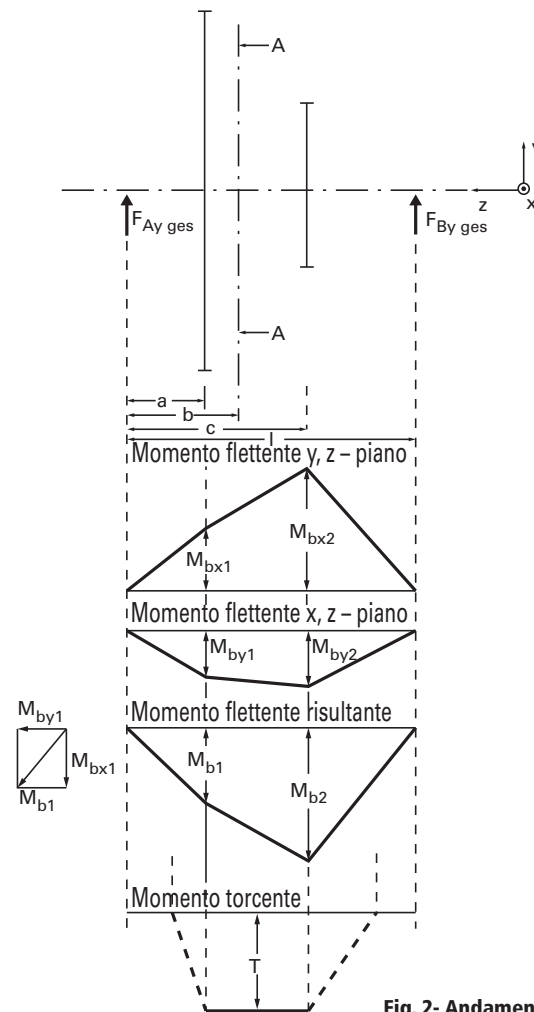


Fig. 2 - Andamento delle azioni interne nell'albero.

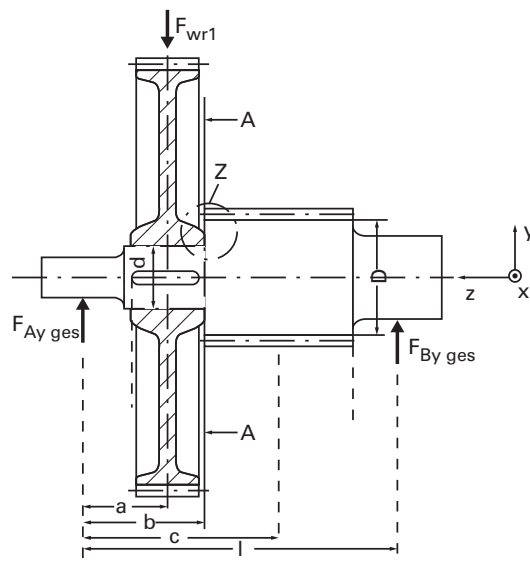


Fig. 3 - Esempio di albero.

Note le forze trasmesse dalle ruote dentate (o nel caso generale forze e coppie agenti sull'albero), risulta possibile determinare le reazioni vincolari sui cuscinetti. Scrivendo un equilibrio alla traslazione in direzione x ed in direzione y ( $\Sigma F_x = 0$  ed  $\Sigma F_y = 0$ ) e due equilibri alla rotazione rispetto agli assi x ed y ( $\Sigma M_x = 0$  e  $\Sigma M_y = 0$ ) si perviene ai seguenti risultati.

$$F_{Axges} = \frac{F_{wt,1}(1-a) + F_{wt,2}(1-c)}{1} = 3534,7N$$

$$F_{Ayges} = \frac{F_{wr,1}(1-a) + F_{wr,2}(1-c)}{1} = 4467,7N$$

$$F_{Bxges} = \frac{F_{wt,1}a + F_{wt,2}c}{1} = 3105,4N$$

$$F_{Byges} = \frac{F_{wr,1}a + F_{wr,2}c}{1} = 6624,5N$$

L'insieme di queste forze farà sì che l'albero risulti inflesso. Le azioni interne complessive sono riportate in figura 2. Il momento flettente complessivo andrà determinato combinando i momenti nei due piani x-z ed y-z. In corrispondenza del cuscinetto di destra, in cui il momento è massimo, questo varrà

$$M_{f,max} = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = \sqrt{[F_{wr,1}(c-a) - F_{Ayges}]^2 + [-F_{wr,1}(c-a) - F_{Axges}]^2} = 729Nm$$

Oltre al momento flettente, agirà un momento torcente pari a

$$M_{t,max} = T_{nom} = 600Nm$$

TAB. 1 - DATI

Momento torcente nominale [Nm]	600
Angolo di pressione delle dentature [°]	20
Raggio [mm]	60
Raggio [mm]	80
Lunghezza [mm]	80
Lunghezza [mm]	110
Lunghezza [mm]	190
Lunghezza [mm]	300
Diametro [mm]	50
Diametro [mm]	110
Raggio di raccordo [mm]	1

I due momenti andranno combinati trovando un momento equivalente

$$M_{f,eq} = \sqrt{M_{f,max}^2 + (\alpha M_{f,max})^2}$$

varrà 0.25 nel caso di flessione rotante con torsione pulsante o costante e 0.75 per flessione rotante con torsione alternata. Nel caso in esame, pertanto, il momento equivalente varrà

$$M_{f,eq} = 789Nm$$

Il diametro minimo dell'albero, per un primo dimensionamento di massima dovrà, quindi, essere

$$d \geq 2.17^3 \sqrt{\frac{M_{f,eq}}{\sigma_{amm}}}$$

Considerando un valore ragionevole di sforzo ammissibile di 100 MPa (pari a circa un sesto del carico di rottura (630 MPa per il materiale in esame)) si ottiene

$$d \geq 43.2mm$$

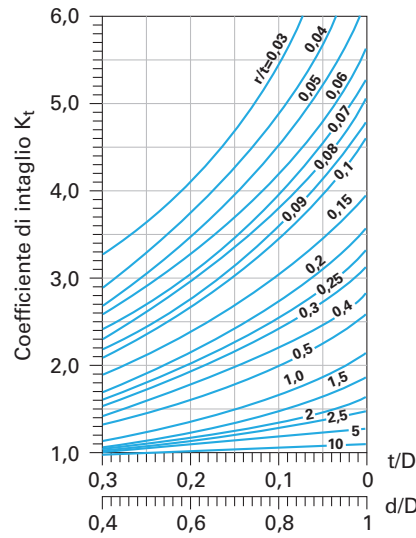
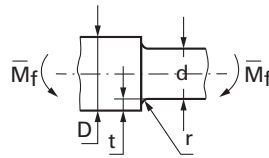
A questo punto è noto un diametro minimo sotto cui, anche in assenza di intagli, non sarà possibile andare. Il passo successivo è la determinazione della geometria finale dell'albero alla luce delle considerazioni fatte in precedenza. A titolo di esempio si considererà la geometria riportata in figura 3. I diametri adottati sono riportati in tabella 1.

Come si vede, per la ruota veloce si è adottato un montaggio con chiavetta, mentre la ruota lenta è realizzata direttamente di pezzo sull'albero.

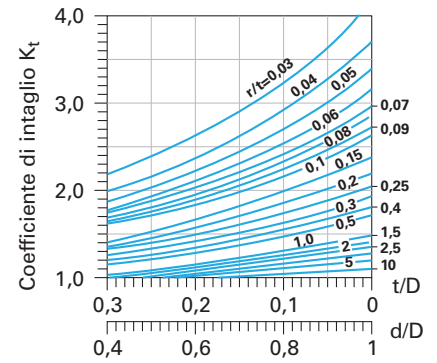
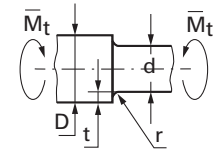
### Verifica statica

Fissata la geometria sulla base del predimensionamento, è necessario andare ad effettuare una verifica statica alla luce delle scelte fatte.

Nel passaggio da una sezione ad un'altra, come nell'esempio in corrispondenza della sezione A-A, si vanno a determinare delle sovrasollecitazioni locali rispetto al



**Fig. 4 - a) Fattore d'intaglio per alberi con spallamenti e gole sottoposti a flessione; b) fattore d'intaglio per alberi con spallamenti e gole sottoposti a torsione (da Manuale di Meccanica Hoepli).**



calcolo nominale. Attraverso diagrammi sperimentali o con delle simulazioni numeriche strutturali (FEM, BEM, ecc.) è, però, possibile tenerne conto attraverso un coefficiente che tiene appunto conto dell'effetto locale di intaglio.

Nel caso particolare di materiale duttile in cui si accetti uno snervamento locale, si può introdurre l'ipotesi di insensibilità all'intagli, ponendo tale coefficiente pari a 1.

In ogni caso, il primo passo per la verifica statica è il calcolo delle sollecitazioni. Considerando i diametri scelti, il momento flettente (nei due piani e combinato) e quello torcente nella sezione A-A varranno

$$M_{bb} = F_{wr,1}(b-a) - F_{Ayges} = -458 \text{MPa}$$

$$M_{by} = -F_{wt,1}(c-a) - F_{Axges} = 299 \text{MPa}$$

$$M_b = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = 548 \text{Nm}$$

$$M_t = 600 \text{Nm}$$

Si noti che si è considerata la sezione A-A in quanto il cambio di sezione ed il conseguente coefficiente di intaglio la rende potenzialmente una sezione più sollecitata della sezione a distanza c in cui il momento flettente che il momento torcente sono massimi (e per cui, comunque, è già stato effettuato il predimensionamento).

Tali momenti produrranno le seguenti azioni interne

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b}{\pi d^3} 32 = 44.65 \text{MPa}$$

$$\tau_b = \frac{T_b}{W_t} = \frac{T_b}{\pi d^3} 16 = 24.45 \text{MPa}$$

Le sollecitazioni dovute all'azione di taglio vengono in questo caso trascurate.

Trovandoci in uno stato composito di sforzo, risulta necessario introdurre un criterio di resistenza per materiali isotropi. Tra i più comuni von Mises e Guest-Tresca secondo cui, lo sforzo equivalente confrontabile con il limite del materiale vale rispettivamente

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 3\tau_{nom}^2}$$

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 4\tau_{nom}^2}$$

Tornando all'esempio, scegliendo di accettare snervamento localizzato ( $K_t = 1$ ) e considerando il criterio di Guest-Tresca otteniamo

$$S_s = \frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{GT}} = \frac{630 \text{MPa}}{66 \text{MPa}} = 9,5$$

Se si fosse considerato il coefficiente di intaglio in accordo con figura 4, gli sforzi dovuti al momento flettente ed al momento torcente nella sezione A-A sarebbero risultati

$$\frac{r}{t} = \frac{1}{30} = 0.03;$$

$$\frac{t}{D} = \frac{30}{110} = 0.27 \rightarrow K_t = 3.4$$

$$\frac{r}{t} = \frac{1}{30} = 0.03;$$

$$\frac{t}{D} = \frac{30}{110} = 0.27 \rightarrow K_t = 2.3$$

$$\sigma_{bmax} = \frac{M_b}{W_b} K_t = \frac{M_b}{\pi d^3} 32 K_t = 151.81 \text{MPa}$$

$$\tau_{bmax} = \frac{T_b}{W_t} K_t = \frac{T_b}{\pi d^3} 16 K_t = 65.241 \text{MPa}$$

Lo sforzo equivalente di Guest-Tresca varrà in questo caso

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_{nom}^2 + 3\tau_{nom}^2} = 189.25$$

da cui il coefficiente di sicurezza statico

$$S_s = \frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{GT}} = \frac{630 \text{MPa}}{189.25 \text{MPa}} = 3.29$$

## Conclusioni

La progettazione di un albero passa attraverso un primo dimensionamento alla luce del quale si sceglierà una prima bozza costruttiva che andrà verificata sia staticamente che dinamicamente. Gli intagli, infatti, come si è visto nell'esempio, introducono pericolose sovrasollecitazioni per cui una verifica statica risulta sempre necessaria. Nel prossimo numero, si mostrerà come eseguire la verifica a fatica dell'albero e come determinare rigidità, inflessione e velocità critiche.

## Riferimenti

G. Niemann, H. Winter, B.-R. Hoehn, *Manuale degli organi delle Macchine, edizione italiana* a cura di Tecniche Nuove

