

IL DIMENSIONAMENTO DEI CUSCINETTI IDRODINAMICI

Tradizionalmente i cuscinetti radenti vengono progettati e dimensionati sulla base dell'approccio proposto da Sommerfeld, ovvero sulla risoluzione analitica delle equazioni di conservazione di massa e quantità di moto sotto opportune ipotesi semplificative. Tale metodologia, benché di rapida implementazione ed applicazione, ha la grave lacuna di ammettere, all'interno del meato, l'esistenza di pressioni negative, cosa che sperimentalmente non si osserva e che non ha senso fisico. Per colmare questa lacuna e per superare le approssimazioni dall'approccio di Sommerfeld, negli anni recenti in cui la potenza di calcolo è in costante crescita, stanno trovando sempre maggiore applicazione le tecniche numeriche.

I cuscinetti idrodinamici sono dei componenti meccanici che hanno lo scopo di supportare elementi rotanti come assi ed alberi. La capacità di supporto è data dal meato di lubrificante che si forma tra le superfici in rotazione relativa. L'olio viene risucchiato nel meato a causa della rotazione relativa tra le parti e, grazie alla forma convergente (Figura 1), aumenta la propria pressione portando ad uno squilibrio che permette di tenere separate le superfici anche qualora queste siano caricate radialmente da forze esterne. Nel meato, oltre il punto di massimo la pressione tende a diminuire fino a stabilizzarsi al valore minimo fisicamente ottenibile, ovvero la pressione di vaporizzazione del lubrificante, cioè quella pressione per cui la fase liquida tende a passare allo stato gassoso. Il modello tradizionale di Sommerfeld non è in grado di tenere in debita considerazione tale limite ed arriva spesso a predire l'esistenza di pressioni al di sotto di tale valore.

È importante distinguere tra il caso di cuscinetto lungo e cuscinetto corto. Quando il rapporto tra lunghezza e diametro è significativamente superiore ad 1 ed in cui la pressione in direzione assiale può essere considerata costante, le equazioni di bilancio possono essere integrate per via analitica portando alla distribuzione di pressione visibile in Figura 1 (linea continua) in cui c rappresenta il gioco del cuscinetto ed ϵ l'eccentricità relativa.

$$p = \frac{6\eta UR}{c^2} \frac{(2 + \epsilon \cos \theta) \sin \theta}{(2 + \epsilon^2)(1 + \epsilon \cos \theta)^2}$$

Integrando l'andamento simmetrico della pressione si arriverebbe a concludere che, secondo la teoria di Sommerfeld, in esercizio perno e cuscinetto tenderebbero a perdere concentricità in direzione perpendicolare alla direzione del carico ($\rho = 90^\circ$). Tale fenomeno non è però supportato da evidenza sperimentale. Per questo la teoria di Sommerfeld viene spesso corretta in accordo con quanto proposto da Gumbel [1] (cosiddetta teoria Half-Sommerfeld) per cui si impone per via artificiale che la pressione non possa mai diventare negativa (linea tratteggiata in Figura 1b).

Tale assunzione non ha basi matematiche e deriva dalle osservazioni sperimentali di Jakobsson [2] per cui il lubrificante può tolle-

rare solo piccole pressioni negative. Con tale approccio si ottengono risultati più vicini alla realtà. Altri approcci semi analitici sono stati proposti anche da altri autori tra cui Dowson [3] che però, come quello proposto da Gumbel, può essere usato solo per un primo dimensionamento di massima in quanto introduce troppe approssimazioni.

Ad ogni modo nella comune pratica costruttiva si verifica solamente che la pressione specifica media (per area proiettata) sia minore di valori pratici (dipendenti dalle applicazioni e dai materiali accoppiati), in corrispondenza dei quali è assicurata l'azione portante del lubrificante. La pressione media p_m risulta

$$p_m = \frac{Q}{bd}$$

essendo Q il carico radiale, d il diametro e b la lunghezza del cuscinetto. Questa deve essere minore di quella riportata in tabelle. Per quanto riguarda la verifica termica si confronta che sia il prodotto pmv , essendo v la velocità lineare del perno, con il valore ottimale tabellato. Superamenti del valore suggerito significano solo che occorre una verifica accurata delle condizioni termiche. Per quanto riguarda il rapporto L/D , si usano oggi rapporti di $0.25 \div 0.75$, mentre nel passato erano più vicini all'unità. Cuscinetti più lunghi hanno meno perdite di estremità, quindi richiedono un flusso d'olio minore, ma si riscaldano di più.

Per cuscinetti di diametro 25-150 mm, il rapporto c/R , essendo c il gioco radiale e R il raggio, assume valori tra 0.001, per costruzioni molto precise, di 0.002 per costruzioni ordinarie e di 0.004 per macchine grossolane.

In questo modo, con la cosiddetta progettazione speditiva, si scelgono diametro d , lunghezza L e gioco radiale c .

I valori di tutte le altre variabili di progetto sono date in funzione del numero di Sommerfeld. Assegnata una temperatura di esercizio di primo tentativo ($60 \div 80^\circ\text{C}$), si calcola la viscosità dell'olio, determinando così finalmente il numero di Sommerfeld S

$$S = \left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{\eta n}{p}$$

Dall'apposito abaco si ricava l'altezza del meato e in base ad es-

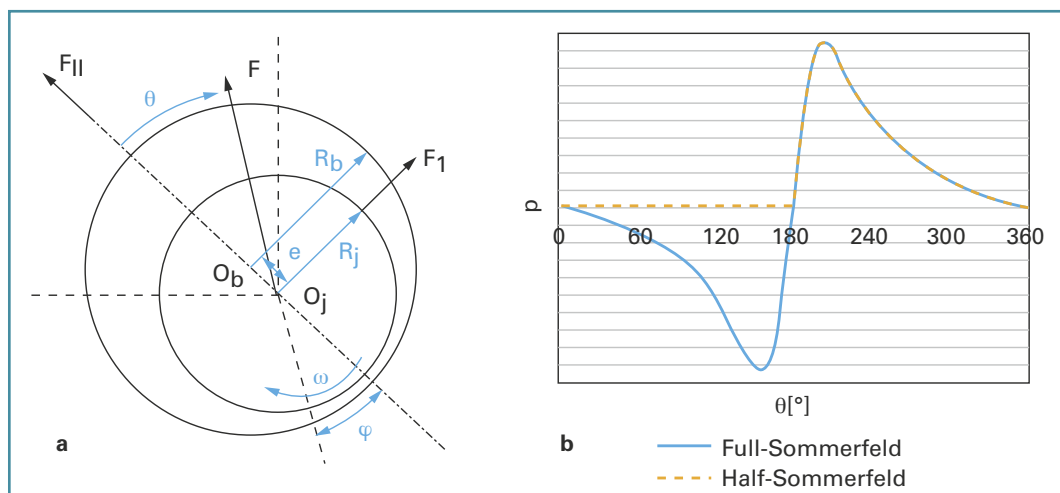
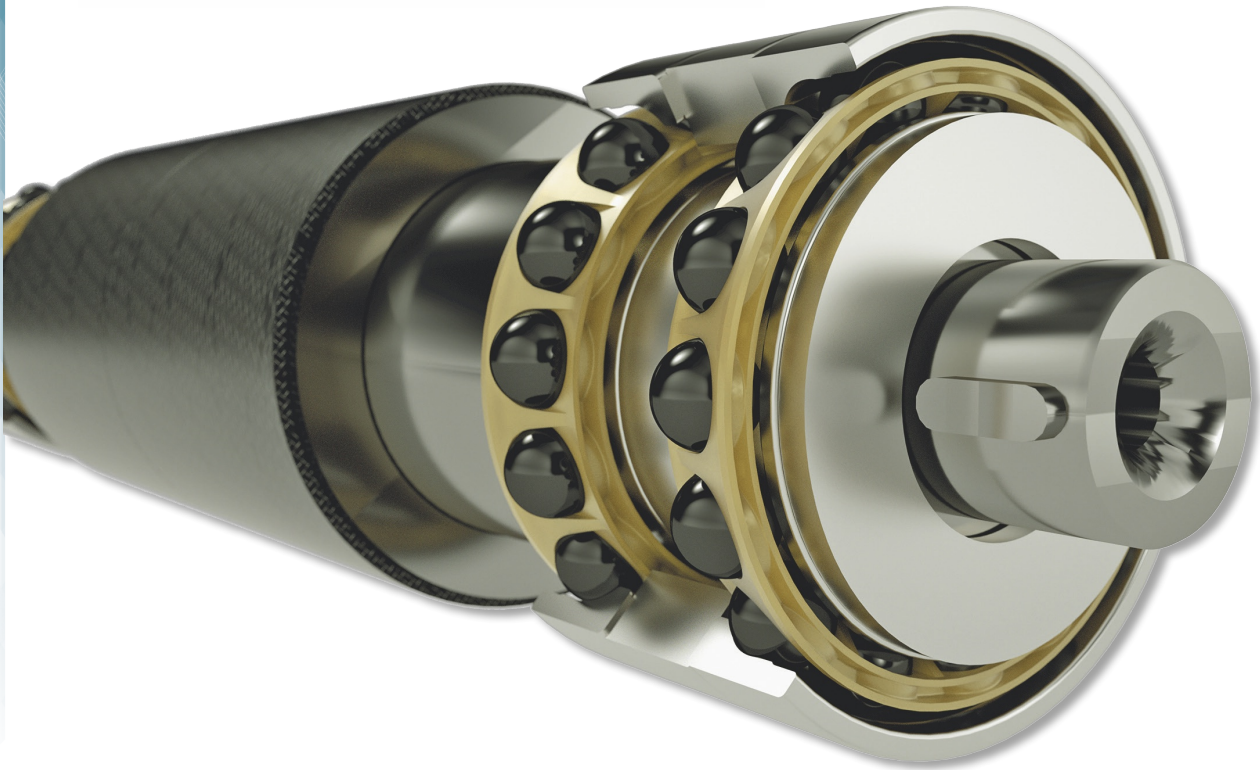


Fig. 1 - a) schema di un cuscinetto idrodinamico sotto carico (R_b raggio del cuscinetto, R_j raggio del perno, p caratteristico, e eccentricità, ω velocità di rotazione); b) distribuzione di pressione secondo Sommerfeld e Half-Sommerfeld.



sa si assegna la rugosità delle superfici. Si fa uso in questo caso del criterio di Kreisle che stabilisce che la condizione di lubrificazione perfetta cessi, e inizi quella in velo sottile, in cui le creste delle asperità superficiali si toccano. Bisogna quindi garantire

$$R_a \leq \frac{h_m}{2}$$

A questo punto è possibile ricavare la portata dell'olio in uscita Q_s e la potenza dissipata per attrito da cui calcolare la temperatura dell'olio in uscita.

Esempio applicativo:

Un cuscinetto a strisciamento, che supporta un rotore di turbina a vapore da 1500 giri al minuto è sottoposto ad un carico pari a 17 kN. Il diametro del perno è di 150 mm. Il cuscinetto è alimentato tramite lubrificazione forzata con un olio SAE 10, con temperatura di ingresso di 50°C. Va determinata la combinazione idonea di lunghezza e gioco radiale del cuscinetto nonché valori del coefficiente d'attrito, della potenza dissipata, della portata d'olio entrante (e uscente) nel cuscinetto e l'incremento della temperatura dell'olio. La lunghezza viene trovata in modo speditivo in base alla pressione specifica adatta per l'applicazione. Assunta una pressione specifica di 1.6 MPa, risulta una lunghezza di 70.83 mm, arrotondabile a 75 mm. Il rapporto L/D risulta 1/2, La P = 1.511 MPa.

Da figura 2 si vede che l'intervallo ottimale è compreso tra $S = 0.032$ ed $S = 0.35$. Stimata una temperatura ragionevole di 90°C, la viscosità risulta pari a 5.3×10^{-3} Pas.

Dalla definizione del numero di Sommerfeld, si trova l'ampiezza c del meato:

$$c = R \sqrt{\frac{\mu n}{PS}}$$

che, nel caso del più piccolo dei due valori di S, da:

$$c = 75\text{mm} \times \sqrt{\frac{5.3 \times 10^{-3} \text{Pas} \times 25 \text{s}^{-1}}{1.511 \times 10^6 \text{Pa} \times 0.032}} = 0.1242\text{mm}$$

Per arrivare ai valori del gioco radiale si calcolano vari gruppi adimensionali e le relative variabili. I risultati sono riportati in tabella 1. Benché la progettazione speditiva basata sulla teoria di Sommerfeld sia di semplice applicazione ed utilizzo, grazie all'evoluzione della computer-science è oggi possibile risolvere le equazioni di continuità per via numerica superando in parte o del tutto le limitazioni dei modelli precedenti. Gli studi di Mane et al [4], di Chauhan et al [5] e di Gao [6] sono esempi di come l'approssimazione 2D possa essere eliminata riuscendo a tenere in considerazione anche gli effetti di bordo. Benché la soluzione sia ottenuta per via numerica, viene mantenuto l'approccio di Gumbel per cui i valori ne-

TAB. 1 CALCOLI DI VERIFICA DI UN CUSCINETTO

c/m	s	h_o/c	h_o/mm	f	R/c	f	$\frac{Q}{RcnL}$	$Q/\text{mm}^3\text{s}^{-1}$	Q_s/Q	$Q_s/\text{mm}^3\text{s}^{-1}$	$\frac{4\pi[f]}{[Q][Q_s]}$	$\Delta T/K$
0.1242	0.032	0.10	0.012	1.6	0.0027	5.7	2.0×10^5	2.0×10^5	0.94	1.9×10^5	3.8	4.3

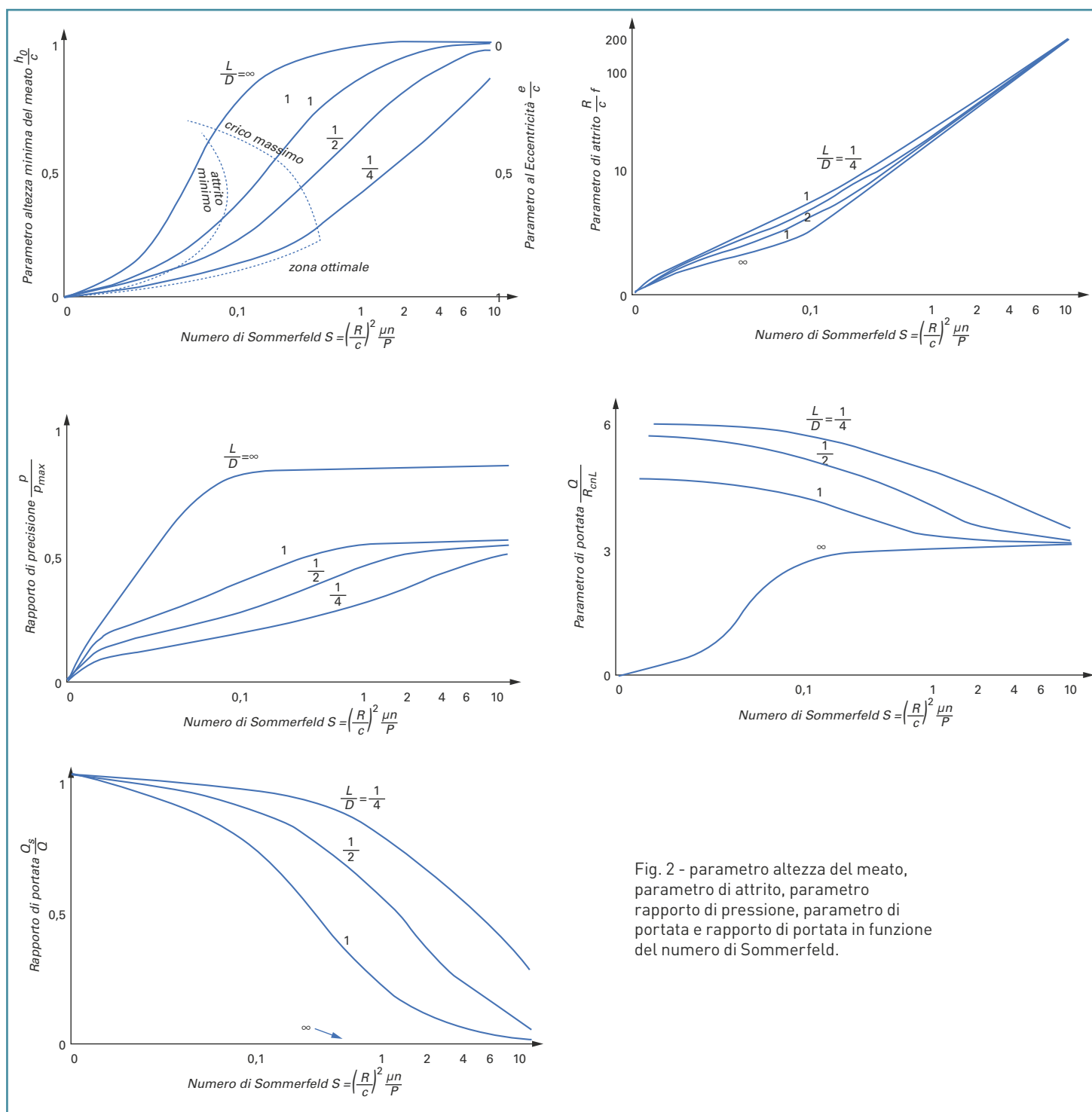


Fig. 2 - parametro altezza del meato, parametro di attrito, parametro rapporto di pressione, parametro di portata e rapporto di portata in funzione del numero di Sommerfeld.

gativi vengono a posteriori sostituiti con una pressione nulla. Su queste basi, Gandjalikhan Nassab et al [7] hanno pubblicato un confronto tra i valori ottenibili con questo approccio ibrido numerico-empirico ed i risultati sperimentali di Pan et al [8]. Allo stesso modo Sawicki et al [9] hanno confrontato i propri risultati con le misure di Vijayaraghavan et al [10] e Riedel et al [11] propri con le misure di Jakobsson [2]. Per eliminare completamente le approssimazioni dei modelli presentati fino qui è stato applicato un approccio numerico [14] che oltre ad essere 3D permettesse di tenere conto già durante in calcolo dell'evaporazione del lubrificante una volta raggiunta la pressione di vapore. I risultati ottenuti sono sta-

ti confrontati con quelli degli altri possibili tipi di approccio in modo da quantificarne le differenze.

L'approccio CFD si basa su equazioni matematiche che rappresentano le leggi di conservazione della fisica (massa [2] e quantità di moto [3]).

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{\dot{m}}{\rho_v}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}$$

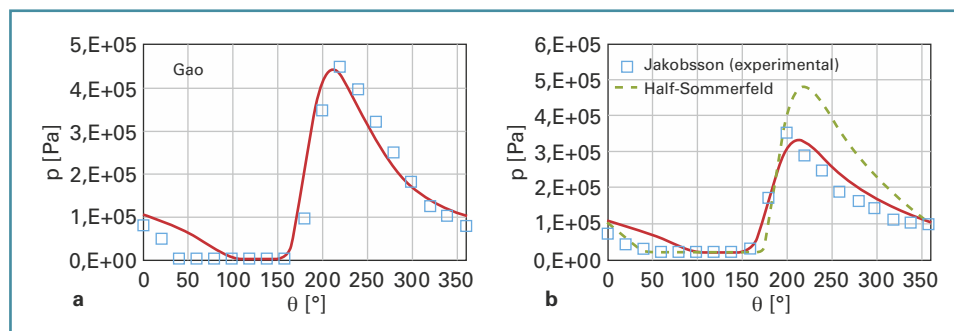


Fig. 3 – Validazione del modello di calcolo: confronto con i risultati pubblicati da Gao [7] e da Jakobsson [12].

Il fluido viene trattato come un continuo e descritto in termini di proprietà macroscopiche quali velocità, pressione, densità, temperature e relative derivate spaziali e temporali. Essendo il problema in esame intrinsecamente bifase, risulta necessario risolvere un'ulteriore equazione di bilancio di una quantità scalare che descriva la frazione di volume delle due fasi in ogni punto del dominio (in ogni cella della griglia di calcolo). Per ogni cella si calcolano poi le proprietà della miscela come media pesata di quelle delle due fasi. Inoltre, per tenere in considerazione gli effetti del cambiamento di fase (cavitazione) va introdotto un modello in grado di stimare il termine sorgente che compare nella equazione di conservazione della massa. Sono stati utilizzati due differenti modelli. Il primo è quello proposto da Kunz [12] in cui la generazione e la distruzione di una delle due fasi viene governata dalle equazioni [4] [5] e [6].

$$\dot{m}^+ = C^+ \rho_v (1 - \alpha) \frac{\min[0, \bar{p} - p_v]}{\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 t_\infty}$$

$$\dot{m}^- = \frac{C^- \rho_v \alpha_v \alpha_l^2}{t_\infty}$$

$$\dot{m} = \dot{m}^+ - \dot{m}^-$$

L'altro modello è quello proposto da Sauer [13] in cui il termine sorgente è definito come

$$\dot{m} = -\rho_v (1 - \alpha_\theta) \frac{3\alpha}{R_b} \text{sig}(\bar{p} - p_v) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|\bar{p} - p_v|}{\rho_l}};$$

$$R = \left(\frac{1}{\frac{4}{3} \pi n_0} \frac{\alpha_v}{1 - \alpha_v} \right)$$

Il sistema di equazioni è stato quindi risolto con le tecniche di discretizzazione numerica tipiche dell'approccio CFD. Figura 3 mostra come per due geometrie molto differenti tra loro, il modello di calcolo riesca a riprodurre in modo molto accurato i risultati osservati sperimentalmente in termini di distribuzione circonferenziale della pressione. Figura 3b riporta anche la distribuzione di pressione calcolata con il modello semi analitico Half-Sommerfeld: si nota come questo sovrastimi significativamente la pressione effettiva.

Conclusioni

Tradizionalmente i cuscinetti a strisciamento vengono dimensionati e verificati mediante l'approccio proposto da Sommerfeld che è di facile applicazione ed utilizzo. Per ovviare alla presenza di pressioni negative

senza un senso fisico, spesso si introduce l'ipotesi di Gumbel che limita il valore minimo della pressione. Considerando però che il metodo di Sommerfeld si basa su importanti ipotesi semplificative e che il metodo proposto da Gumbel ha base empiriche, è conveniente, per avere una stima più veritiera delle pressioni in esercizio, utilizzare codici numerici che garantiscono un calcolo molto accurato delle pressioni di esercizio, forze e perdite di potenza nei cuscinetti idrodinamici. ■

Bibliografia

- [1] Gumbel, L., Monatsblätter Berlin Bezirksver, Verein Deutscher Ingenieure, p. 5, 1914.
- [2] Jakobsson B., Floberg L., The finite journal bearing, considering vaporization (Das Gleitlager von endlicher Breite mit Verdampfung), 1957
- [3] Dowson D., A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 4, Issue 2, March-April 1962, pp. 159-170
- [4] Mane R. M., Soni S., Analysis of hydrodynamic plain journal bearing, COMSOL Conference 2013, Bangalore
- [5] Chauhan A., Singla A., Panwar N., Jindal P., CFD Based ThermoHydrodynamic Analysis of Circular Journal Bearing, International Journal of Advanced Mechanical Engineering, Vol. 4, Issue 5, pp. 475-482, India 2014
- [6] Gao G., Yin Z., Jiang D., Zhang X., Numerical analysis of plain journal bearing under hydrodynamiclubrication by water, Tribology International, Vol. 75, pp. 31-38, 2014
- [7] Gandjalikhan Nassab S. A., Sohi H., Zaim H., Study of lubricant compressibility effect on hydrodynamic characteristics of heavily loaded journal bearings, IJST Transaction of Mechanical Engineering Vol. 35, No. M1, pp. 101-105, Iran 2011
- [8] Pan C. T. H., Vohr J. H., Super laminar flow in bearings and seals, Bearing and seals design in nuclear power machinery, ASME pp. 219-245, 1967 New York
- [9] Sawicki J. T., Rao T. V. V. L. N., Cavitation effects on the stability of a submerged journal bearing, International Journal of Rotating Machines, Vol. 10, Issue 3, pp. 227-232, Taylor & Francis Inc. 2004
- [10] Vijayaraghavan D., Keith T. G., Development and evaluation of a cavitation algorithm, STLE Tribology Transactions Vol. 32, pp.225-233, 1989
- [11] Riedel M., Schmidt M., Stuecke P., Numerical investigation of cavitation flow in journal bearing geometry, EPJ Web Conference 45, 01081, EDP Science 2013
- [12] Kunz R. F., Boger D. A., Stinebring D. R., Chyczewski T. S., Lindau J. W., Gibeling H. J., Venkateswaran S., Govindan T. R., A preconditioned navier-stokes method for two phaseflows with application to cavitation prediction, Comput. Fluids, Vol. 29, Issue 8, 2000
- [13] J. Sauer. Instationären kaviterende Strömung - Ein neues Modell, basierend auf Front Capturing (VoF) and Blasendynamik. PhD Thesis, Universität Karlsruhe, 2000
- [14] Concli F., Pressure distribution in small hydrodynamic journal bearings considering cavitation: a numerical approach based on the open-source CFD code OpenFOAM®, Lubrication Science 28 (6), 329-347, 2016