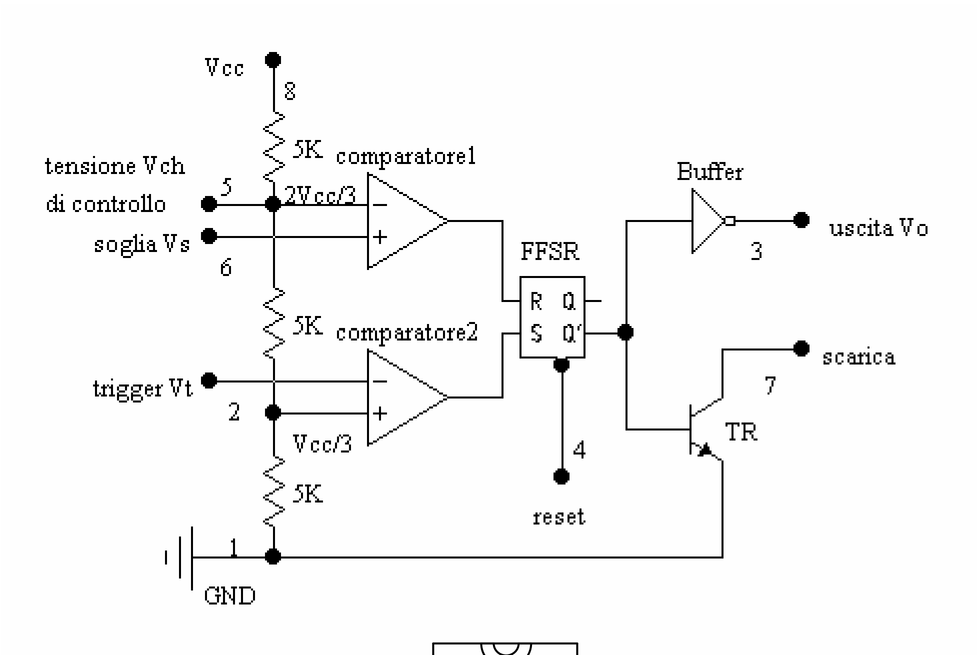
TIMER 555 E CIRCUITI DI IMPIEGO

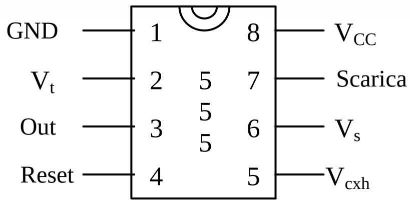
A CURA DEL PROF. GIANCARLO FIONDA
I.T.I.S. "A. MONACO" - COSENZA

INDICE

TIMER 555 E CIRCUITI DI IMPIEGO

Il timer 555 è un circuito integrato temporizzatore a 8 pin. Il suo schema interno funzionale è il seguente:





Il partitore di tensione resistivo R-R-R fornisce le tensioni di riferimento ai comparatori di trigger ($V_{CC}/3$) e di soglia ($2V_{CC}/3$). Se si inserisce tra il pin 5 (V_{ch}) e massa una resistenza si ottiene una tensione di riferimento nel comparatore di soglia minore di $2V_{CC}/3$ (e una tensione di riferimento nel comparatore di trigger minore di $V_{CC}/3$.

Se non utilizzato, tra pin 5 e massa si inserisce un condensatore di 10ηF, al fine di cortocircuitare eventuali disturbi presenti sull'alimentazione.

Le uscite dei due comparatori sono applicate in ingresso ad un flip-flop SR. L'uscita $\overline{\mathbf{Q}}$ del FFSR è collegata alla base di un transistor e all'ingresso di un buffer invertente che fornisce la tensione d'uscita. Quando l'uscita $\overline{\mathbf{Q}}$ si trova a livello basso il transistor è interdetto (il piedino 7 è un circuito aperto) e la tensione d'uscita è a livello alto (V_{CC}). Quando l'uscita $\overline{\mathbf{Q}}$ si trova a livello alto il transistor è saturo (il piedino 7 è un cortocircuito verso massa) e la tensione d'uscita è a livello basso (0V). Il buffer d'uscita è in grado di erogare una corrente massima di 200mA; la tensione di alimentazione può variare da 5V a 15V.

Il funzionamento del circuito può riassumersi nel seguente modo:

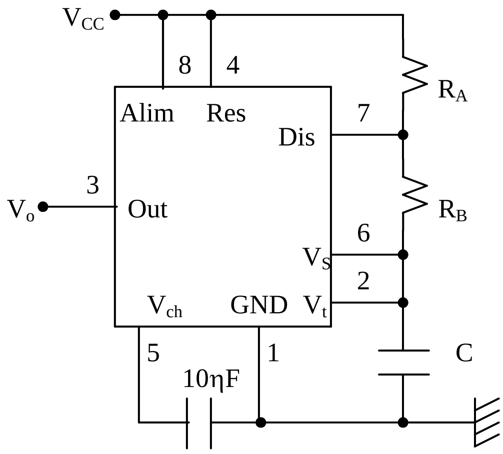
$$\text{Se} \quad \underset{V_t<V_{CC}/3 \;\; e \;\; V_{CC}/3<V_s<2V_{CC}/3}{V_t, V_s < V_{CC}/3} \Rightarrow \begin{cases} V_{o1} = 0 \\ V_{o2} = V_{o2H} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ S = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 1 \\ \overline{Q} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_o = V_{CC} \\ T_R \quad \text{interdetto} \end{cases}$$

$$\text{Se}\quad \underset{V_s>2V_{CC}/3 \;\; e \;\; V_{CC}/3<V_t<2V_{CC}/3}{V_t, V_s > 2V_{CC}/3} \;\Rightarrow \begin{cases} V_{o1} = V_{o1H} \\ V_{o2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 1 \\ S = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 0 \\ \overline{Q} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_o = 0 \\ T_R \quad \text{saturo} \end{cases}$$

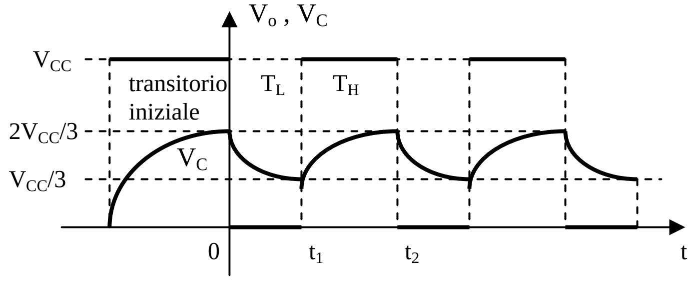
$$\text{Se}\quad V_{CC}/3 < V_t, V_s < 2V_{CC}/3 \;\Rightarrow \begin{cases} V_{o1} = 0 \\ V_{o2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ S = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{stato precedente}$$

ASTABILE COL TIMER 555

Il multivibratore astabile è un circuito in grado di generare una forma d'onda rettangolare, senza segnale applicato in ingresso. Lo schema elettrico è il seguente:



Supponendo il condensatore C inizialmente scarico, al momento dell'alimentazione del circuito, gli ingressi di trigger e di soglia in tale istante vengono cortocircuitati a massa dal condensatore (differenza di potenziale ai suoi capi nulla, i due terminali sono equipotenziali).



Le tensioni sull'ingresso di trigger e di soglia, V_t e V_s, che coincidono con la tensione istantanea V_C del condensatore, sono minori di $V_{CC}/3$; pertanto, l'uscita V_o del timer si trova a livello alto (V_{CC}) e il transistor è interdetto (piedino 7 circuito aperto). Il condensatore si carica attraverso la serie delle resistenze R_A ed R_B, con costante di tempo $\tau_C = (R_A + R_B)C$, verso V_{CC}. Quando la tensione V_C, e quindi anche le tensioni V_t e V_s, raggiunge, istante t = 0, il valore $2V_{CC}/3$ si ha la commutazione dell'uscita dal livello alto V_{CC} al livello basso 0V e il transistor si porta in saturazione, cortocircuitando il piedino 7 a massa.

Da tale istante la capacità inizia a scaricarsi, partendo dalla tensione $2V_{CC}/3$, attraverso la resistenza R_B e il transistor saturo, con costante di tempo $\tau_S = R_BC$, verso massa. All'istante $t = t_1$ la tensione V_C, e quindi anche le tensioni V_t e V_s, raggiunge il valore $V_{CC}/3$ in corrispondenza del quale si ha la commutazione dell'uscita dal livello basso 0V al livello alto V_{CC} e l'interdizione del transistor, che scollega dalla massa il piedino 7.
Da tale istante la capacità inizia a caricarsi, partendo dalla tensione $V_{CC}/3$, attraverso la serie delle resistenze R_A ed R_B, con costante di tempo $\tau_C = (R_A + R_B)C$, verso V_{CC}. All'istante $t = t_2$ la tensione V_C, e quindi anche le tensioni V_t e V_s, raggiunge il valore $2V_{CC}/3$ in corrispondenza del quale si ha la commutazione dell'uscita dal livello alto V_{CC} al livello basso 0V e il transistor si porta in saturazione, cortocircuitando il piedino 7 a massa.
Da questo instante in poi il ciclo si ripete identicamente, fornendo in uscita un'onda rettangolare, la cui durata a livello alto è sempre maggiore di quella a livello basso.
Sommando i due tempi T_H e T_L si ottiene il periodo:

$$T = T_H + T_L.$$

Si definisce duty cycle (ciclo utile) a livello alto (D_H) il rapporto tra T_H e T: $D_H = \frac{T_H}{T} > 50\%$

Si definisce duty cycle (ciclo utile) a livello alto (D_L) il rapporto tra T_L e T: $D_L = \frac{T_L}{T} < 50\%$

In genere viene indicato come duty cycle D quello a livello alto.
Per calcolare il periodo occorre calcolare, utilizzando l'equazione di carica e scarica del condensatore $V_C(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$, T_H e T_L.

Calcolo di T_L

Si scrive l'equazione di scarica del condensatore e si impone che al tempo $t = t_1 = T_L$ la tensione $V_C(t)$ ai capi del condensatore abbia raggiunto il valore $V_{CC}/3$:

$$V_C(t) = \frac{2}{3}V_{CC} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_S}} \quad \Rightarrow \quad V_C(t_1) = \frac{2}{3}V_{CC} \cdot e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{T_L}{\tau_S} = \ln\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad T_L = -\tau_S \ln\frac{1}{2} = \tau_S \ln 2 = 0{,}7\tau_S = 0{,}7R_BC$$

Calcolo di T_H

Poiché l'equazione di carica è valida se il transitorio inizia al tempo $t = 0$, bisogna considerare come istante iniziale il tempo $t = t_1$, ossia fare una traslazione dell'ordinata in t_1, il che equivale a passare dalla variabile tempo t alla variabile tempo $t - t_1$.
Si scrive l'equazione di carica del condensatore e si impone che al tempo $t = t_2$ ($t_2 - t_1 = T_H$) la tensione $V_C(t)$ ai capi del condensatore abbia raggiunto il valore $2V_{CC}/3$:

$$V_C(t - t_1) = V_{CC} + \left(\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC}\right) \cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_C}} \Rightarrow V_C(t_2 - t_1) = V_C(T_H) = V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC} \cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{2}{3}V_{CC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{1}{2} \ \Rightarrow\ -\frac{T_H}{\tau_C} = \ln\frac{1}{2} \ \Rightarrow\ T_H = -\tau_C \ln\frac{1}{2} = \tau_C \ln 2 = 0{,}7\tau_C = 0{,}7(R_A + R_B)C$$

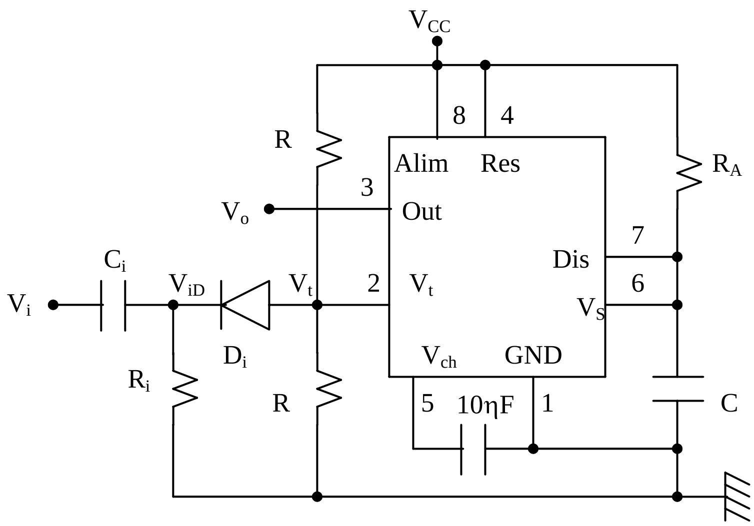
Per il periodo T e il duty cycle D si ha:

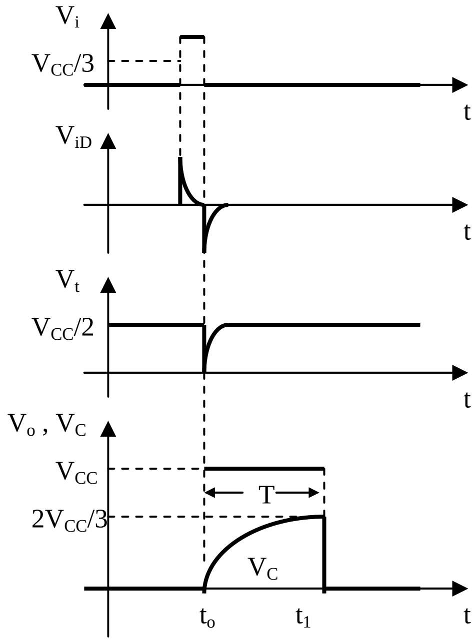
$$T = T_H + T_L = 0{,}7(R_A + R_B)C + 0{,}7R_B C = 0{,}7(R_A + 2R_B)C$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}7(R_A + R_B)C}{0{,}7(R_A + 2R_B)C} = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2R_B} > 50\%$$

MULTIVIBRATORE MONOSTABILE CON TIMER 555

Il multivibratore monostabile genera un impulso rettangolare d’uscita di durata prefissata quando viene sollecitato da un impulso esterno sull’ingresso di trigger.





Il monostabile ha un solo stato stabile, nel nostro caso l'uscita si mantiene sempre a livello basso (0V) finché non arriva un impulso dall’esterno (attraverso un opportuno circuito derivatore) sul piedino 2 tale da portare la sua tensione al di sotto di $V_{CC}/3$. Infatti, il partitore resistivo posto tra V_{CC} e massa mantiene la tensione di trigger V_t al valore $V_{CC}/2$; tale situazione forza l’uscita a livello basso (0V) e il transistor saturo mantiene la tensione del condensatore V_C e la tensione dell’ingresso di soglia V_S a zero volt.
Quando un impulso esterno sul piedino 2 porta la tensione di trigger al di sotto di $V_{CC}/3$, l’uscita commuta dal livello basso 0V a livello alto V_{CC}, il transistor si interdice e il condensatore inizia a caricarsi, con costante di tempo $\tau = R_A C$, verso la tensione di alimentazione V_{CC}.
Tale carica dura un tempo T, pari al tempo che la tensione ai capi del condensatore impiega a raggiungere il valore $2V_{CC}/3$, in corrispondenza del quale l’uscita commuta dal livello alto V_{CC} al livello basso 0V e il transistor si satura cortocircuitando a massa il condensatore, che si scarica quasi istantaneamente.
Per calcolare la durata T dell’impulso, si utilizza l’equazione di carica del condensatore, in cui si impone che dopo intervallo di tempo T abbia raggiunto il valore $2V_{CC}/3$, al quale si ha la commutazione dell’uscita al livello basso.
Si considera come istante iniziale il tempo $t = t_o$, ossia si fa una traslazione dell’ordinata in t_o, il che equivale a passare dalla variabile tempo t alla variabile tempo $t - t_o$.
Si scrive l’equazione di carica del condensatore e si impone che al tempo $t = t_1$ ($t_1 - t_o = T$) la tensione $V_C(t)$ ai capi del condensatore abbia raggiunto il valore $2V_{CC}/3$:

$$V_C(t) = V_{CC} - V_{CC} \cdot e^{-\frac{t-t_o}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad V_C(t_1) = V_{CC} - V_{CC} \cdot e^{-\frac{t_1-t_o}{\tau}} = \frac{2}{3} V_{CC} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{T}{\tau}} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad -\frac{T}{\tau} = \ln\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad T = -\tau \ln\frac{1}{3} = \tau \ln 3 = 1{,}1\tau = 1{,}1 R_A C$$

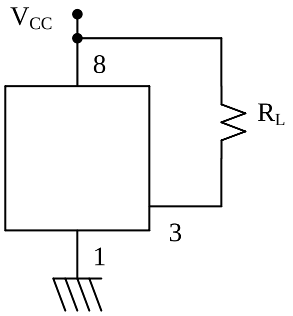
Il tempo di recupero è trascurabile, essendo la scarica del condensatore quasi istantanea.

Per un corretto funzionamento dei circuiti deve risultare: $R_A \geq 1k\Omega$; $C \leq 500\mu F$. Inoltre:

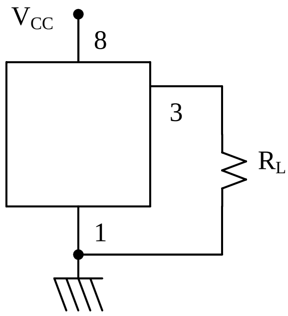
– se $V_{CC} = 15V \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B \leq 10M\Omega$;

– se $V_{CC} = 5V \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B \leq 3{,}4M\Omega$.

l’uscita può essere utilizzata per un funzionamento normalmente alto o normalmente basso, a secondo di come viene collegato il carico.



Uscita normalmente alta



Uscita normalmente bassa

CRITERI DI PROGETTO

Astabile

Si fissa la frequenza f e il duty-cycle D. dall'espressione del duty-cycle si esplicita R_A in funzione di R_B:

$$D = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2R_B} \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = R_A D + 2R_B D \quad \Rightarrow \quad R_A(1-D) = R_B(2D-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_A = \frac{2D-1}{1-D} R_B \quad ; \quad \text{si fissa il valore di } R_B \text{ e si calcola } R_A.$$

Dall'espressione del periodo T si calcola C:

$$T = (R_A + 2R_B)C \ln 2 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{T}{(R_A + 2R_B)\ln 2} = \frac{1}{f(R_A + 2R_B)\ln 2}$$

Monostabile

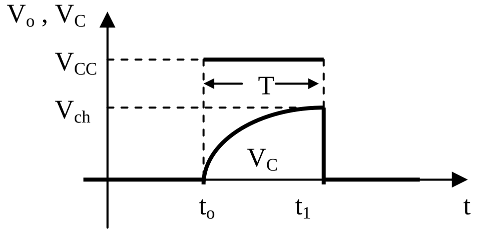
Dall'espressione della durata T dell'impulso d'uscita si calcola il prodotto $R_A C$:

$$T = R_A C \ln 3 \quad \Rightarrow \quad R_A C = \frac{T}{\ln 3} \quad ; \quad \text{si fissa il valore di C e si calcola il valore di } R_A.$$

Si fisa un opportuno valore per le due resistenze R.

Regolazione dell'impulso a compensazione delle variazioni della capacità di temporizzazione dal valore nominale dovute alla tolleranza

Nel monostabile la durata dell'impulso d'uscita è uguale al tempo che la capacità di temporizzazione impiega a caricarsi, partendo da zero e tendendo a V_{CC}, fino a $2V_{CC}/3 = V_{ch}$ (pin 5).



$$V_{Ci} = 0 \quad ; \quad V_{Cf} = V_{CC} \quad ; \quad \tau = R_A C$$

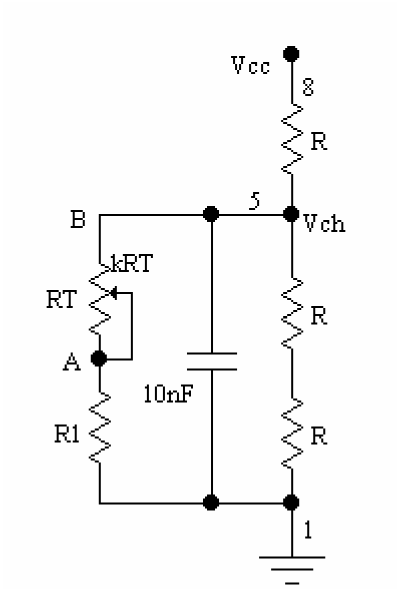
L'equazione di carica della capacità è:

$$V_C(t) = V_{Cf} + (V_{Ci} - V_{Cf}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{CC} - V_{CC} e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Dopo un tempo T, la tensione sulla capacità raggiunge il valore V_{ch} al quale il BJT di scarica si satura cortocircuitando la capacità a massa e termina l'impulso d'uscita.

$$V_{ch} = V_{CC}\left(1 - e^{-\frac{T}{R_A C}}\right) \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{T}{R_A C}} = 1 - \frac{V_{ch}}{V_{CC}} \quad \Rightarrow \quad T = -R_A C \ln\left(1 - \frac{V_{ch}}{V_{CC}}\right)$$

Una volta fissato il valore della costante di tempo $R_A C$, la durata dell'impulso d'uscita dipende dal rapporto $\frac{V_{ch}}{V_{CC}}$, ossia dal valore di V_{ch}. Il valore di V_C (tensione ai capi della capacità), in corrispondenza del quale termina l'impulso d'uscita, può essere modificato, rispetto al valore $2V_{CC}/3$, inserendo, tra pin 5 e massa, una resistenza esterna. Tale resistenza, in parallelo alla serie R-R, modifica il rapporto di partizione con diminuzione della tensione V_{ch} rispetto al valore $2V_{CC}/3$.



Se si aggiunge in serie alla resistenza sul pin 5 un trimmer, si ha la possibilità di far variare la tensione V_C, che determina la fine dell'impulso, tra un valore minimo e un valore massimo.

Si sceglie $R_1 = 4R$ e $R_T >> 2R$; con tali valori si ha:

$$R_P = \frac{(kR_T + 4R) \cdot 2R}{kR_T + 4R + 2R} = \frac{(kR_T + 4R) \cdot 2R}{kR_T + 6R} \qquad \text{con} \quad 0 \le k \le 1 \qquad \text{e}$$

$$V_{ch} = \frac{R_P}{R + R_P} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{ch}}{V_{CC}} = \frac{R_P}{R + R_P}$$

– se $k = 0 \;\Rightarrow\; kR_T = 0 \;\Rightarrow\; R_P = \frac{4}{3}R \;\Rightarrow\; V_{ch} = \frac{R_P}{R + R_P} V_{CC} = \frac{\frac{4}{3}R}{R + \frac{4}{3}R} V_{CC} = \frac{4}{7} V_{CC} \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_{ch}}{V_{CC}} = \frac{4}{7} \quad \Rightarrow \quad T = -R_A C \ln\left(1 - \frac{V_{ch}}{V_{CC}}\right) = -R_A C \ln\left(1 - \frac{4}{7}\right) = 0{,}847 R_A C$$

– se $k = 1 \Rightarrow kR_T = R_T \Rightarrow R_P = \dfrac{(R_T + 4R)\cdot 2R}{R_T + 6R} \cong \dfrac{R_T \cdot 2R}{R_T} = 2R \Rightarrow$

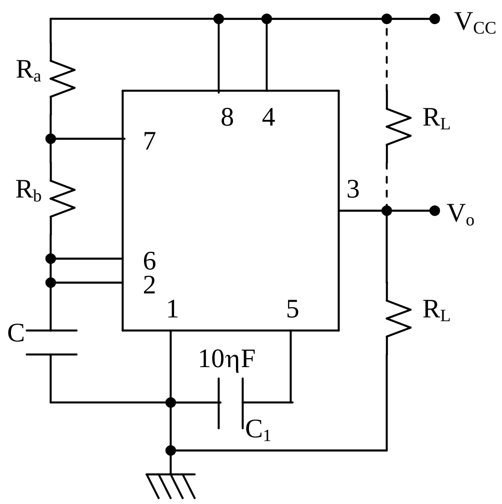
$$\Rightarrow \quad V_{ch} = \frac{R_P}{R + R_P} V_{CC} = \frac{2R}{R + 2R} V_{CC} = \frac{2}{3} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{ch}}{V_{CC}} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T = -R_A C \ln\left(1 - \frac{V_{ch}}{V_{CC}}\right) = -R_A C \ln\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 1{,}1 R_A C$$

Fissati i valori di R_A e C, la durata dell'impulso d'uscita può essere regolato da un valore minimo $T_{MIN} = 0{,}847 R_A C$ a un valore massimo $T_{MIN} = 1{,}1 R_A C$. È quindi possibile effettuare piccole compensazioni della capacità di temporizzazione.

PROGETTO E VERIFICA DI UN MULTIVIBRATORE ASTABILE A FREQUENZA FISSA CON TIMER 555

Si fissa $f = 1{,}5\text{kHz} \rightarrow T = 0{,}67\text{ms}$; $D = 60\%$; $V_{CC} = 5\text{V}$ e 12V.



Calcolo di R_A ed R_B

Dal duty-cycle si ha:

$$D = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2R_B} \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = R_A D + 2R_B D \quad \Rightarrow \quad R_A(1 - D) = R_B(2D - 1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_A = \frac{2D - 1}{1 - D} R_B = \frac{2 \cdot 0{,}6 - 1}{1 - 0{,}6} R_B = 0{,}5 R_B \quad \Rightarrow \quad R_B = 2R_A$$

Si fissa il valore di $R_A = 2{,}2k\Omega$ e si calcola $R_B = 2 \cdot R_A = 2 \cdot 2{,}2 \cdot 10^3 = 4{,}4k\Omega$, valore commerciale $3{,}9k\Omega$.

Calcolo di C

Dall'espressione del periodo T si calcola C: $T = (R_A + 2R_B) C \ln 2 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{T}{(R_A + 2R_B)\ln 2} = \frac{0{,}67 \cdot 10^{-3}}{(2{,}2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 3{,}9 \cdot 10^3)\ln 2} = 0{,}097\mu F = 97\eta F$$

valore commerciale $C = 100\eta F$.

Con tali valori si ha:

$$T_H = (R_A + R_B) C \ln 2 = (2{,}2 \cdot 10^3 + 3{,}9 \cdot 10^3) \cdot 100 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0{,}423ms$$

$$T_L = R_B C \ln 2 = 3{,}9 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0{,}270ms \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}423 \cdot 10^{-3}}{0{,}693 \cdot 10^{-3}} = 0{,}61 \quad \rightarrow \quad 61\%$$

$$T = T_H + T_L = 0{,}423 \cdot 10^{-3} + 0{,}270 \cdot 10^{-3} = 0{,}693ms \quad ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}693 \cdot 10^{-3}} = 1{,}44kHz$$

Procedimento di verifica

1. Si monta il circuito, lo si alimenta con tensione $V_{CC} = 5V$ e si collega all'uscita il canale CH1 dell'oscilloscopio.
2. Del segnale visualizzato si misurano le durate dei due semiperiodi (T_H e T_L) e l'ampiezza.
3. Si riporta il disegno dell'oscillogramma.
4. Si regola la tensione dell'alimentatore a 12V e si ripetono i punti 2 e 3.

Risultati sperimentali

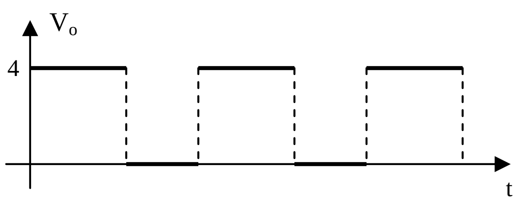
<u>Con $V_{CC} = 5V$ e $R_L = 10k\Omega$</u>

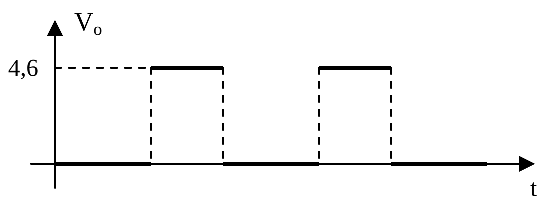
Senza carico $\quad V_o = 4{,}4V$ uscita bassa.

Con un carico di $10k\Omega$ $\quad V_o = 4{,}4V$ uscita bassa ; $V_o = 4{,}6V$ uscita alta.

In tutti i casi $\quad T_H = 0{,}44ms$; $T_L = 0{,}28ms$; $T = T_H + T_L = 0{,}72ms$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}72 \cdot 10^{-3}} = 1{,}39kHz \quad ; \quad D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}44 \cdot 10^{-3}}{0{,}72 \cdot 10^{-3}} = 0{,}61 \quad \rightarrow \quad 61\%$$





Uscita bassa Uscita alta

Ciò che varia tra uscita alta e bassa (oltre ai pieni e ai vuoti che si scambiano tra loro) è l'ampiezza. Si misura l'ampiezza con un carico R_L di 100kΩ e di 1kΩ:

R_L = 100kΩ : V_o = 4,4V uscita bassa ; V_o = 4,6V uscita alta.

R_L = 100kΩ : V_o = 3,6V uscita bassa ; V_o = 5V uscita alta.

<u>Con V_{CC} = 12V e R_L = 10kΩ</u>

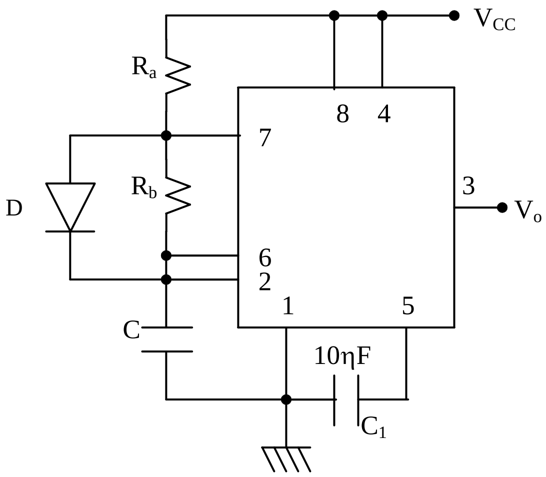
L'unica cosa che cambia è l'ampiezza del segnale d'uscita:

Senza carico V_o = 11V uscita bassa.

Con un carico di 10kΩ V_o = 10,3V uscita bassa ; V_o = 11,3V uscita alta.

PROGETTO E VERIFICA DI UN MULTIVIBRATORE ASTABILE A FREQUENZA FISSA CON TIMER 555 E TARATURA DEL DUTY-CYCLE AL 50%

Si fissa f = 1,5kHz $\rightarrow$ T = 0,67ms ; D = 50% ; V_{CC} = 5V.



L'inserimento di un diodo in parallelo alla resistenza R_B, come in figura, consente di far caricare il condensatore attraverso la resistenza R_A e di farlo scaricare attraverso la resistenza R_B. se $R_A = R_B$ i due semiperiodi dovrebbero essere uguali. La presenza del diodo, però, con la sua caduta di tensione $V_\gamma \approx 0{,}7$V, influisce sul tempo di carica, rendendo i due semiperiodi non uguali. Infatti, il condensatore tenderà a caricarsi verso $V_{CC} - V_\gamma$, partendo dal valore $V_{CC}/3$:

$$V_C(t) = V_{CC} - V_\gamma + \left(\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC} + V_\gamma\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} \quad , \quad \tau_c = R_A C.$$

Quando, dopo un tempo T_H, la tensione V_C uguaglia $2V_{CC}/3$ si ha la commutazione dell'uscita a livello basso, il transistor si satura e il diodo si interdice.

$$V_C(T_H) = V_{CC} - V_\gamma + \left(-\frac{2}{3}V_{CC} + V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{2}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{\frac{2}{3}V_{CC} - V_{CC} + V_\gamma}{-\frac{2}{3}V_{CC} + V_\gamma} = \frac{-\frac{1}{3}V_{CC} + V_\gamma}{-\frac{2}{3}V_{CC} + V_\gamma} = \frac{\frac{1}{3}V_{CC} - V_\gamma}{\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma} = \frac{V_{CC} - 3V_\gamma}{2V_{CC} - 3V_\gamma} = 1 - \frac{V_{CC}}{2V_{CC} - 3V_\gamma} > \frac{1}{2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T_H = \tau_C \ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = R_A C \ln\left(1 + \frac{V_{CC}}{V_{CC} - 3V_\gamma}\right) > R_A C \ln 2 .$$

Dal tempo T_H in poi il condensatore si scarica verso lo zero di massa dalla tensione iniziale $2V_{CC}/3$, attraverso la resistenza R_B.

$$V_C(t) = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau_S}} \quad , \quad \tau_s = R_B C = R_A C.$$

Dopo un tempo T_L, V_C assume il valore $V_{CC}/3$, al quale si ha la commutazione dell'uscita da zero a V_{CC}, il transistor si interdice e la capacità, partendo da $V_{CC}/3$, inizia a caricarsi verso V_{CC} - V_γ.

$$V_C(T_L) = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow \quad T_L = \tau_S \ln 2 = R_B C \ln 2 = R_A C \ln 2 < T_H .$$

Per avere l'eguaglianza dei due semiperiodi si devono usare resistenze R_A e R_B di valore diverso, con $R_A < R_B$. uguagliando i due semiperiodi con resistenze diverse, si ha:

$$R_A C \ln\left(1 + \frac{V_{CC}}{V_{CC} - 3V_\gamma}\right) = R_B C \ln 2 = R_A C \ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} \quad \Rightarrow \quad R_B = R_A \frac{\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}}{\ln 2}$$

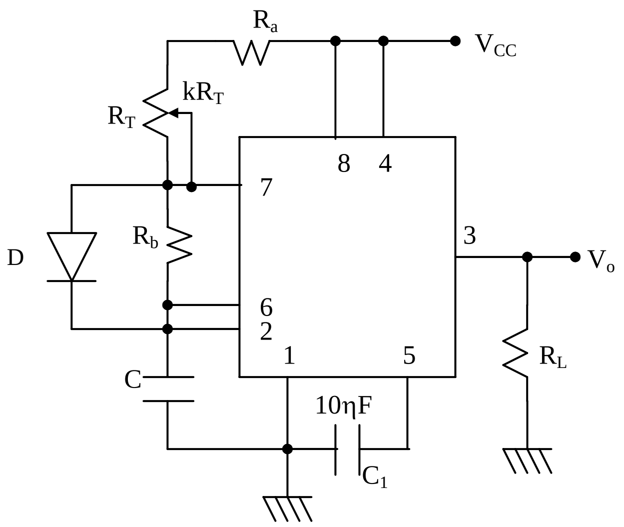
Ad esempio, con V_{CC} = 12V e V_γ = 0,7V, si ha:

$$R_B = R_A \frac{\ln\frac{2\cdot 12 - 3\cdot 0{,}7}{12 - 3\cdot 0{,}7}}{\ln 2} = 1{,}145 R_A \quad \Rightarrow \quad \frac{R_B}{R_A} = 1{,}145$$

Non è sempre facile trovare due resistenze che stiano fra loro in un rapporto predefinito. Per ottenere un duty-cycle del 50% può convenire utilizzare in serie a R_A un trimmer R_T (come in figura) mediante il quale tarare il circuito per un'onda quadra d'uscita.

$$T_H = (R_A + kR_T)C \ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}$$

$$T_L = R_B C \ln 2$$



$$T_H = T_L = \left(R_A + \frac{R_T}{2}\right) C \ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = R_B C \ln 2 \quad \Rightarrow \quad R_A + \frac{R_T}{2} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}} R_B$$

Criteri di progetto

Si fissa la frequenza, e quindi il periodo.

<u>Calcolo di C e R_B</u> $$T_L = R_B C \ln 2 = \frac{T}{2} \quad \Rightarrow \quad R_B C = \frac{T}{2 \ln 2}$$

Si fissa il valore di C e si calcola R_B.

<u>Calcolo di R_A e R_T</u> $$R_A + \frac{R_T}{2} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}} R_B$$

Si fissano due opportuni valori per R_A e R_B.

Dimensionamento del circuito

Si fissano: f = 1,56kHz ; V_{CC} = 5V ; V_γ = 0,7V.

<u>Calcolo di C e R_B</u> $$R_B C = \frac{T}{2 \ln 2} = \frac{1}{2f \ln 2} = \frac{1}{2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot \ln 2} = 0{,}481\text{ms}$$

Si fissa C = 100ηF e si calcola R_B: $R_B = \frac{T}{2 \ln 2} = \frac{0{,}481 \cdot 10^{-3}}{C} = \frac{0{,}481 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-9}} = 4{,}81\text{k}\Omega$, valore commerciale 4,7kΩ.

<u>Calcolo di R_A e R_T</u>
$$R_A + \frac{R_T}{2} = \frac{\ln 2}{\ln \frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7}} \cdot 4{,}7\cdot 10^3 = 3{,}25\text{k}\Omega\,.$$

Si fissa $R_A = 1\text{k}\Omega$ e si utilizza (perché solo disponibile) un trimmer R_T da $10\text{k}\Omega$.

Con tali valori si ha:

– con $k = 0 \quad \Rightarrow \quad$ cursore in A $\quad \Rightarrow \quad kR_T = 0$

$$T_H = R_A C \ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = 1\cdot 10^3 \cdot 100\cdot 10^{-9} \cdot \ln \frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7} = 0{,}1\text{ms}$$

$$T_L = R_B C \ln 2 = 4{,}7\cdot 10^3 \cdot 100\cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0{,}326\text{ms}$$

$$T = T_H + T_L = 0{,}1\cdot 10^{-3} + 0{,}326\cdot 10^{-3} = 0{,}426\text{ms} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}426\cdot 10^{-3}} = 2{,}35\text{kHz}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}1\cdot 10^{-3}}{0{,}426\cdot 10^{-3}} = 0{,}235 \quad \rightarrow \quad 23{,}5\%$$

– con $k = 1 \quad \Rightarrow \quad$ cursore in B $\quad \Rightarrow \quad kR_T = R_T$

$$T_H = (R_A + R_T) C \ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = \left(1\cdot 10^3 + 10\cdot 10^3\right)\cdot 100\cdot 10^{-9} \cdot \ln \frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7} = 1{,}1\text{ms}$$

$$T_L = R_B C \ln 2 = 4{,}7\cdot 10^3 \cdot 100\cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0{,}326\text{ms}$$

$$T = T_H + T_L = 1{,}1\cdot 10^{-3} + 0{,}326\cdot 10^{-3} = 1{,}426\text{ms} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}426\cdot 10^{-3}} = 700\text{Hz}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{1{,}1\cdot 10^{-3}}{1{,}426\cdot 10^{-3}} = 0{,}77 \quad \rightarrow \quad 77\%$$

– con $k = 0{,}226 \quad \Rightarrow \quad$ cursore a un quarto di giro $\quad \Rightarrow \quad kR_T = 2{,}26\text{k}\Omega \quad \Rightarrow \quad D = 0{,}5 \rightarrow 50\%$

$$T_H = (R_A + R_T) C \ln \frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = \left(1\cdot 10^3 + 2{,}26\cdot 10^3\right)\cdot 100\cdot 10^{-9} \cdot \ln \frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7} = 0{,}326\text{ms} = T_H$$

$$T = T_H + T_L = 2T_H = 2\cdot 0{,}326\cdot 10^{-3} = 0{,}652\text{ms} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}652\cdot 10^{-3}} = 1{,}53\text{Hz}$$

Il valore 0,226 di k si calcola imponendo l'uguaglianza dei due semiperiodi e risolvendo rispetto k:

$$T_H = (R_A + kR_T)C\ln\frac{2V_{CC}-3V_\gamma}{V_{CC}-3V_\gamma} = T_L \quad \Rightarrow \quad kR_T = \frac{T_L}{C\ln\frac{2V_{CC}-3V_\gamma}{V_{CC}-3V_\gamma}} - R_A \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad k = \left(\frac{T_L}{C\ln\frac{2V_{CC}-3V_\gamma}{V_{CC}-3V_\gamma}} - R_A\right)\cdot\frac{1}{R_T} = \left(\frac{0{,}326\cdot 10^{-3}}{100\cdot 10^{-9}\cdot\ln\frac{2\cdot 5-3\cdot 0{,}7}{5-3\cdot 0{,}7}} - 1\cdot 10^3\right)\cdot\frac{1}{10\cdot 10^3} = 0{,}226$$

Procedimento di verifica

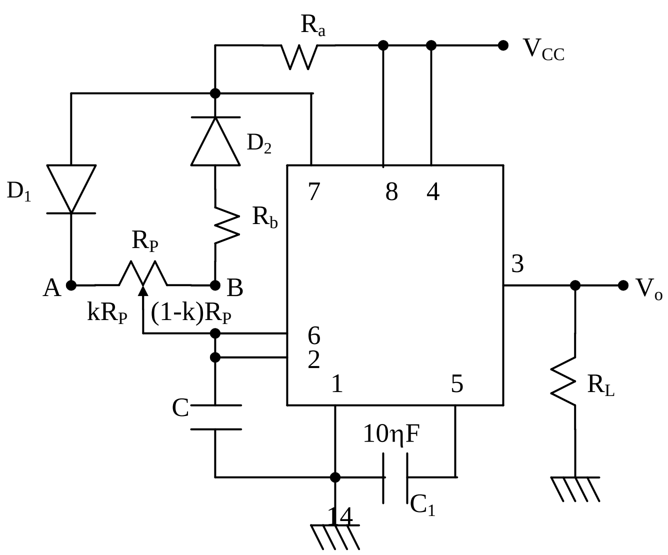
1. Si monta il circuito, lo si alimenta con tensione V_{CC} = 5V e si collega all'uscita il canale CH1 dell'oscilloscopio.
2. Del segnale visualizzato si misura l'ampiezza con uscita alta e uscita bassa.
3. Si agisce su R_T fino a portare il cursore in A ($kR_T = 0$), R_T disinserito.
4. Si misurano le durate dei due semiperiodi T_H e T_L e si calcolano, usando i valori misurati, il periodo T, la frequenza f e il duty-cycle D.
5. Si tara R_T fino ad ottenere l'uguaglianza dei due semiperiodi ($T_H = T_L$) e si ripete il punto 4.
6. Si agisce su R_T fino a portare il cursore in B ($kR_T = R_T$), R_T tutto inserito, e si ripete il punto 4.
7. Si tabulano i dati.

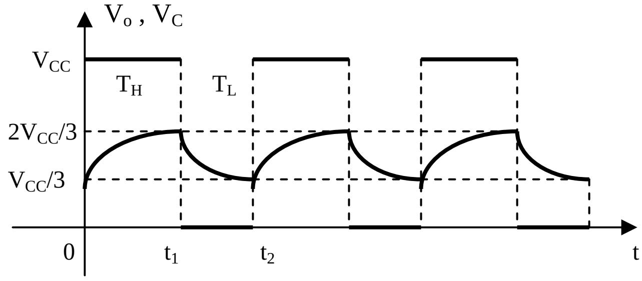
Risultati sperimentali

Valori misurati									**Valori calcolati**				
adim	kΩ	Volt		ms			adim	kHz	ms			adim	kHz
k	R_T	V_{oH}	V_{oL}	T_H	T_L	T	D	f	T_H	T_L	T	D	f
0	0	5	3,8	0,1	0,32	0,44	0,227	2,27	0,1	0,326	0,426	0,235	2,35
0,225	2,25	5	3,8	0,32	0,32	0,64	0,5	1,51	0,326	0,326	0,652	0,5	1,53
1	10	5	3,8	0,92	0,32	1,24	0,742	0,8	1,1	0,326	1,426	0,77	0,7

I valori misurati sono in ottimo accordo con i valori calcolati.

PROGETTO E VERIFICA DI UN MULTIVIBRATORE ASTABILE CON DUTY-CYCLE REGOLABILE





Nel seguito si assume il diodo interdetto come un circuito aperto e il diodo in conduzione come un cortocircuito.
Quando l'uscita è alta il transistor di scarica è interdetto e i diodi sono: D_1 in conduzione, D_2 interdetto. Il condensatore si carica, partendo da $V_{CC}/3$ verso V_{CC}, attraverso la resistenza $kR_P + R_A$, con equazione

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} = V_{CC} + \left(\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC}\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} = V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}},$$

con $\tau_c = (kR_P + R_A)C$.
Dopo un tempo pari a T_H, $V_C(t)$ raggiunge il valore $2V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello basso, il transistor di scarica si satura e i diodi commutano: D_1 si interdice, D_2 entra in conduzione. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_1 = T_H$, sia uguale a $2V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_H:

$$V_C(t_1) = V_C(T_H) = V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{2}{3}V_{CC} \;\Rightarrow\; e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; T_H = \tau_C \ln 2 = (kR_P + R_A)C\ln 2$$

Da questo istante il condensatore, dal valore iniziale $2V_{CC}/3$, si scarica verso massa attraverso la resistenza $(1–k)R_P + R_B$, con equazione

$$V_C(t - t_1) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}} = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}}, \qquad \text{con } \tau_s = [(1\text{-}k)R_P + R_B]C.$$

Al tempo t_2, ossia dopo un tempo $t_2 - t_1 = T_L$, la tensione $V_C(t)$ uguaglia il valore $V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello alto, il transistor di scarica si interdice, i diodi commutano e il ciclo si ripete. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_2 - t_1 = T_L$, sia uguale a $V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_L:

$$V_C(t_2 - t_1) = V_C(T_L) = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{3}V_{CC} \quad\Rightarrow\quad T_L = \tau_S \ln 2 = [(1-k)R_P + R_B]C\ln 2$$

Il periodo è: $T = T_H + T_L = (kR_P + R_A)C\ln 2 + [(1-k)R_P + R_B]C\ln 2 = (R_P + R_A + R_B)C\ln 2$

Il duty-cycle è: $$D = \frac{T_H}{T} = \frac{kR_P + R_A}{R_P + R_A + R_B}$$

Al avariare di R_P varia il duty-cycle da un valore minimo ad un valore massimo.

– Se $k = 0$ $\Rightarrow$ cursore in A $\Rightarrow$ $kR_P = 0$ $\Rightarrow$ $D_{MIN} = \dfrac{R_A}{R_P + R_A + R_B}$

– Se $k = 1$ $\Rightarrow$ cursore in B $\Rightarrow$ $kR_P = R_P$ $\Rightarrow$ $D_{MAX} = \dfrac{R_P + R_A}{R_P + R_A + R_B}$

– Se $k = 0,5$ $\Rightarrow$ cursore circa al centro $\Rightarrow$ $kR_P = R_P/2$ $\Rightarrow$ $D_{MAX} = D_{MIN} = 0,5$

Il valore 0,5 di k si calcola imponendo l'uguaglianza dei due semiperiodi e risolvendo rispetto k:

$$T_H = (kR_P + R_A)C\ln 2 = [(1-k)R_P + R_B]C\ln 2 = T_L \quad \Rightarrow \quad kR_P + R_A = (1-k)R_P + R_B \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad kR_P + R_A = R_P - kR_P + R_B \quad \Rightarrow \quad 2kR_P = R_P - R_A + R_B \quad \Rightarrow \quad k = \frac{R_P - R_A + R_B}{R_P}$$

Se $R_A = R_B$ $\Rightarrow$ $k = \dfrac{1}{2} = 0,5$ $\Rightarrow$ cursore circa al centro $\Rightarrow$ $kR_P = \dfrac{R_P}{2}$

Formule di progetto

Si devono fissare: $f \rightarrow T$; D_{MIN} ; D_{MAX} ; V_{CC}.

<u>Calcolo di R_A, R_B e R_P</u> $$\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} = \frac{R_P + R_A}{R_A} = 1 + \frac{R_P}{R_A} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_P}{R_A} = \frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{R_P}{\dfrac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1}$$

Da D_{MIN} si ricava R_B in funzione di R_A: $$D_{MIN} = \frac{R_A}{R_P + R_A + R_B} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_P + R_A + R_B}{R_A} = 1 + \frac{R_P}{R_A} + \frac{R_B}{R_A} = 1 + \frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1 + \frac{R_B}{R_A} = \frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} + \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{D_{MIN}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_B = \frac{1 - D_{MAX}}{D_{MIN}} R_A$$

Su dà un valore a R_P e si calcolano R_A e R_B.

<u>Calcolo di C</u>

Si calcola C dal periodo T: $T = (R_P + R_A + R_B) C \ln 2 \quad \Rightarrow \quad C = \dfrac{T}{(R_P + R_A + R_B) C \ln 2}$

Si utilizzano due diodi di commutazione 1N4148 o 1N914.

Dimensionamento del circuito

Si fissano: f = 2,5kHz $\rightarrow$ T = 0,4ms ; D_{MIN} = 0,1 ; D_{MAX} = 0,9 ; V_{CC} = 5V.

<u>Calcolo di R_A, R_B e R_P</u>

Si fissa R_P = 100kΩ e si calcolano R_A e R_B:

$$R_A = \frac{R_P}{\frac{D_{MAX}}{D_{MIN}} - 1} = \frac{100 \cdot 10^3}{\frac{0,9}{0,1} - 1} = 12,5\text{k}\Omega \;, \qquad \text{valore commerciale } 12\text{k}\Omega.$$

$$R_B = \frac{1 - D_{MAX}}{D_{MIN}} R_A = \frac{1 - 0,9}{0,1} \cdot 12 \cdot 10^3 = 12\text{k}\Omega\,.$$

<u>Calcolo di C</u>

$$C = \frac{T}{(R_P + R_A + R_B)\ln 2} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{(100 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3)\ln 2} = 4,65\eta\text{F} \;, \text{ valore commerciale } 4,7\eta\text{F}.$$

Riassumendo: 1xNE555 ; 2x1N4148 ; C_1 = 10ηF ; C = 4,7ηF ; R_P = 100kΩ ;
R_A = R_B = 12kΩ ; R_L = 10kΩ.

Con tali valori si ha:

– con k = 0 $\Rightarrow$ cursore in A $\Rightarrow$ $kR_P = 0$

$$T_H = R_A C \ln 2 = 12 \cdot 10^3 \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0,039\text{ms}$$

$$T_L = \tau_S \ln 2 = (R_P + R_B) C \ln 2 = (100 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3) \cdot 4,7 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 2 = 0,365\text{ms}$$

$$T = T_H + T_L = 0,039 \cdot 10^{-3} + 0,365 \cdot 10^{-3} = 0,404\text{ms} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,404 \cdot 10^{-3}} = 2,475\text{kHz}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0,039 \cdot 10^{-3}}{0,404 \cdot 10^{-3}} = 0,0965 \cong 0,1 \quad \rightarrow \quad 9,65\%$$

– con k = 1 $\Rightarrow$ cursore in B $\Rightarrow$ $kR_P = R_P$

$$T_H = (R_P + R_A)C\ln 2 = (100\cdot 10^3 + 12\cdot 10^3)\cdot 4{,}7\cdot 10^{-9}\cdot \ln 2 = 0{,}365\text{ms}$$

$$T_L = R_B C\ln 2 = 12\cdot 10^3\cdot 4{,}7\cdot 10^{-9}\cdot \ln 2 = 0{,}039\text{ms}$$

$$T = T_H + T_L = 0{,}365\cdot 10^{-3} + 0{,}039\cdot 10^{-3} = 0{,}404\text{ms} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}404\cdot 10^{-3}} = 2{,}475\text{kHz}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}365\cdot 10^{-3}}{0{,}404\cdot 10^{-3}} = 0{,}9035 \cong 0{,}1 \quad \rightarrow \quad 90{,}35\%$$

– con $k = 0{,}5$ $\Rightarrow$ cursore circa al centro $\Rightarrow$ $kR_P = R_P/2$ $\Rightarrow$ $D_{MAX} = D_{MIN} = 0{,}5$

Procedimento di verifica

1. Si monta il circuito, lo si alimenta con tensione $V_{CC} = 5V$ e si collega all'uscita il canale CH1 dell'oscilloscopio.
2. Del segnale visualizzato si misurano i valori di tensione a livello alto V_{oH} e a livello basso V_{oL}.
3. Si agisce su R_P fino a portare il cursore in A, $k = 0$ ($kR_P = 0$), R_P disinserito.
4. Si misurano le durate dei due semiperiodi T_H e T_L e si calcolano, usando i valori misurati, il periodo T, la frequenza f e il duty-cycle D.
5. Si tara R_P fino ad ottenere l'uguaglianza dei due semiperiodi ($T_H = T_L$), $k \approx 0{,}5$ ($kR_P \approx R_P/2$), e si ripete il punto 4.
6. Si agisce su R_P fino a portare il cursore in B, $k = 1$ ($kR_P = R_P$), R_P tutto inserito, e si ripete il punto 4.
7. Si tabulano i dati e si riportano i disegni degli oscillogrammi nei due casi limite..

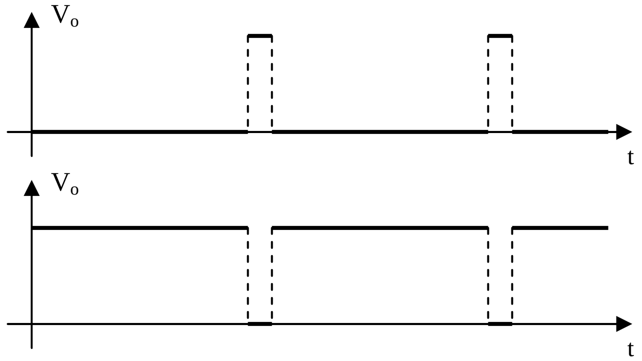
Risultati sperimentali

Valori misurati										**Valori calcolati**				
adim	kΩ	Volt		ms			adim	kHz		ms			adim	kHz
k	R_T	V_{oH}	V_{oL}	T_H	T_L	T	D	f		T_H	T_L	T	D	f
0	0	4	0	0,06	0,54	0,6	0,1	1,67		0,039	0,365	0,404	0,097	2,475
0,5	50	4	0	0,3	0,3	0,6	0,5	1,67		0,202	0,202	0,404	0,5	2,475
1	100	4	0	0,54	0,06	0,6	0,9	1,67		0,365	0,039	0,404	0,903	2,475

Il circuito risulta stabile su tutto il campo di variazione di R_P. Il valore inferiore della frequenza è dovuto sia alla presenza dei diodi sia alla tolleranza delle capacità. La frequenza, al variare del duty-cycle, rimane invariata.

Tutto vuoto

Tutto pieno



Volendo tenere conto della presenza dei diodi, consideriamo che i diodi in conduzione introducono nel circuito una caduta di tensione $V_\gamma \approx 0{,}7V$, mentre se interdetti sono assimilabili a un cortocircuito.
Quando l'uscita è alta il transistor di scarica è interdetto e i diodi sono: D_1 in conduzione, D_2 interdetto. Il condensatore si carica, partendo da $V_{CC}/3$ verso $V_{CC}-V_\gamma$, attraverso la resistenza $kR_P + R_A$, con equazione

$$V_C(t) = V_{CC} - V_\gamma + \left(\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC} + V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} = V_{CC} - V_\gamma - \left(\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}},$$

con $\tau_c = (kR_P + R_A)C$.
Dopo un tempo pari a T_H, $V_C(t)$ raggiunge il valore $2V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello basso, il transistor di scarica si satura e i diodi commutano: D_1 si interdice, D_2 entra in conduzione. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_1 = T_H$, sia uguale a $2V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_H:

$$V_C(t_1) = V_C(T_H) = V_{CC} - V_\gamma - \left(\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{2}{3}V_{CC} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{1}{3}V_{CC} - V_\gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{\frac{1}{3}V_{CC} - V_\gamma}{\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma} = \frac{V_{CC} - 3V_\gamma}{2V_{CC} - 3V_\gamma} \quad \Rightarrow \quad -\frac{T_H}{\tau_C} = \ln\frac{V_{CC} - 3V_\gamma}{2V_{CC} - 3V_\gamma} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T_H = \tau_C \ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = (kR_P + R_A)C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}$$

Da questo istante il condensatore, dal valore iniziale $2V_{CC}/3$, si scarica verso V_γ (avendo supposto che il diodo si trova ancora in conduzione quando la tensione ai capi della capacità si annulla) attraverso la resistenza $(1–k)R_P + R_B$, con equazione

$$V_C(t - t_1) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}} = V_\gamma + \left(\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}}, \qquad \text{con } \tau_s = [(1-k)R_P + R_B]C.$$

Al tempo t_2, ossia dopo un tempo $t_2 – t_1 = T_L$, la tensione $V_C(t)$ uguaglia il valore $V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello alto, il transistor di scarica si interdice, i diodi commutano e il ciclo si ripete. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_2 - t_1 = T_L$, sia uguale a $V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_L:

$$V_C(T_L) = V_\gamma + \left(\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma\right)\cdot e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{\frac{1}{3}V_{CC} - V_\gamma}{\frac{2}{3}V_{CC} - V_\gamma} = \frac{V_{CC} - 3V_\gamma}{2V_{CC} - 3V_\gamma} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad T_L = \tau_S \ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = [(1-k)R_P + R_B]C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}$$

Il periodo è: $$T = T_H + T_L = (kR_P + R_A)C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} + [(1-k)R_P + R_B]C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} =$$

$$= (R_P + R_A + R_B)C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma}$$

Il duty-cycle è: $$D = \frac{T_H}{T} = \frac{kR_P + R_A}{R_P + R_A + R_B}$$

La presenza dei diodi incide sul periodo, e quindi sulla frequenza, ma non sul duty-cycle, come già rilevato sperimentalmente.

Ricalcalo dei valori da misurare con k = 0

$$T_H = R_A C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = 12\cdot 10^3 \cdot 4{,}7\cdot 10^{-9}\cdot \ln\frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7} = 0{,}057\text{ms}$$

$$T_L = (R_P + R_B)C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = \left(100\cdot 10^3 + 12\cdot 10^3\right)\cdot 4{,}7\cdot 10^{-9}\cdot \ln\frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7} = 0{,}528\text{ms}$$

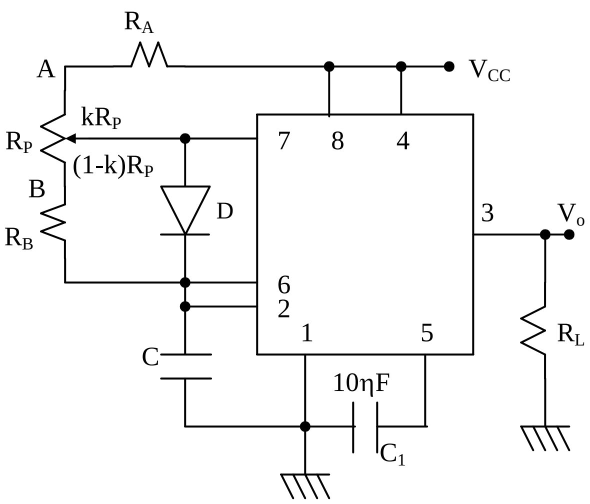
$$T = T_H + T_L = (R_P + R_A + R_B)C\ln\frac{2V_{CC} - 3V_\gamma}{V_{CC} - 3V_\gamma} = (R_P + R_A + R_B)C\ln\frac{2\cdot 5 - 3\cdot 0{,}7}{5 - 3\cdot 0{,}7}$$

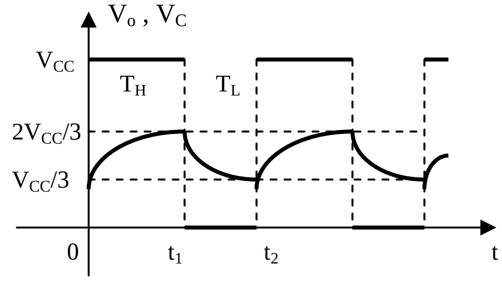
$$T = T_H + T_L = 0{,}057\cdot 10^{-3} + 0{,}528\cdot 10^{-3} = 0{,}585\text{ms} \quad\Rightarrow\quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}585\cdot 10^{-3}} = 1{,}71\text{kHz}$$

$$D = \frac{T_H}{T} = \frac{0{,}057\cdot 10^{-3}}{0{,}585\cdot 10^{-3}} = 0{,}097 \quad\rightarrow\quad 9{,}7\%$$

Tali valori sono in ottimo accordo con quelli misurati

ALTRO MULTIVIBRATORE ASTABILE CON DUTY-CYCLE REGOLABILE





Quando l'uscita è alta il transistor di scarica è interdetto, il diodo è in conduzione e cortocircuita la resistenza (1-k)R_P + R_B. Il condensatore si carica, partendo da $V_{CC}/3$ verso V_{CC}, attraverso la resistenza $kR_P + R_A$, con equazione

$$V_C(t) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} = V_{CC} + \left(\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC}\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}} = V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{t}{\tau_C}},$$

con $\tau_c = (kR_P + R_A)C$.

Dopo un tempo pari a T_H, $V_C(t)$ raggiunge il valore $2V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello basso, il transistor di scarica si satura e il diodo si interdice. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_1 = T_H$, sia uguale a $2V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_H:

$$V_C(t_1) = V_C(T_H) = V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{2}{3}V_{CC} \;\Rightarrow\; e^{-\frac{T_H}{\tau_C}} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; T_H = \tau_C \ln 2 = (kR_P + R_A)C\ln 2$$

Da questo istante il condensatore, dal valore iniziale $2V_{CC}/3$, si scarica verso massa attraverso la resistenza $(1-k)R_P + R_B$, con equazione

$$V_C(t - t_1) = V_f + (V_i - V_f)\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}} = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{t-t_1}{\tau_S}}, \qquad \text{con } \tau_s = [(1-k)R_P + R_B]C.$$

Al tempo t_2, ossia dopo un tempo $t_2 - t_1 = T_L$, la tensione $V_C(t)$ uguaglia il valore $V_{CC}/3$, l'uscita commuta a livello alto, il transistor di scarica si interdice, il diodo entra in conduzione e il ciclo si ripete. Si impone che $V_C(t)$, calcolato a $t_2 - t_1 = T_L$, sia uguale a $V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T_L:

$$V_C(t_2 - t_1) = V_C(T_L) = \frac{2}{3}V_{CC}\cdot e^{-\frac{T_L}{\tau_S}} = \frac{1}{3}V_{CC} \quad\Rightarrow\quad T_L = \tau_S \ln 2 = [(1-k)R_P + R_B]C\ln 2$$

Il periodo è: $T = T_H + T_L = (kR_P + R_A)C\ln 2 + [(1-k)R_P + R_B]C\ln 2 = (R_P + R_A + R_B)C\ln 2$

Il duty-cycle è: $$D = \frac{T_H}{T} = \frac{kR_P + R_A}{R_P + R_A + R_B}$$

Al avariare di R_P varia il duty-cycle da un valore minimo ad un valore massimo.

– Se k = 0 $\Rightarrow$ cursore in A $\Rightarrow$ $kR_P = 0$ $\Rightarrow$ $D_{MIN} = \dfrac{R_A}{R_P + R_A + R_B}$

– Se k = 1 $\Rightarrow$ cursore in B $\Rightarrow$ $kR_P = R_P$ $\Rightarrow$ $D_{MAX} = \dfrac{R_P + R_A}{R_P + R_A + R_B}$

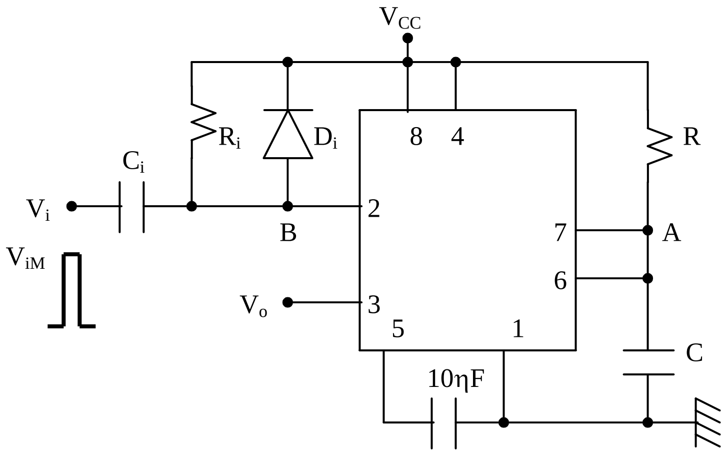
– Se k = 0,5 $\Rightarrow$ cursore circa al centro $\Rightarrow$ $kR_P = R_P/2$ $\Rightarrow$ $D_{MAX} = D_{MIN} = 0,5$

Formule di progetto

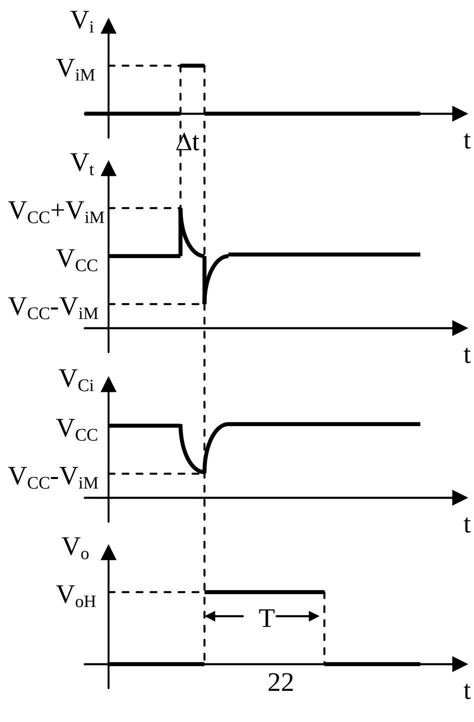
Stesse del circuito precedente. In questo caso la presenza del diodo influirà sulla durata del segnale a livello alto.

PROGETTO E VERIFICA DI UN MULTIVIBRATORE MONOSTABILE

Si fissa la durata dell'impulso a 2ms e V_{CC} = 5V.



Il gruppo d'ingresso C_i-R_i-D_i è un circuito derivatore che trasforma i fronti di salita e di discesa di un segnale rettangolare in un impulso positivo e un impulso negativo relativamente alla tensione di riferimento scelta; in questo caso V_{CC}. Se la tensione d'ingresso è fissa ad un livello, alto o basso, la tensione di trigger V_t, pin 2, è circa uguale a V_{CC} (stato stabile). Nello stato stabile l'uscita è bassa, il transistor di scarica è saturo e la capacità è scarica.
Se si inserisce un impulso rettangolare in ingresso, di ampiezza V_{iM}, la cui durata è minore dell'impulso d'uscita, $\Delta t < T$, il fronte di salita viene trasformato in un impulso positivo rispetto a V_{CC}, di ampiezza V_{iM} (valore riferito a massa $V_{CC} + V_{iM}$). Il diodo D_i va in conduzione provocando la rapida scarica della capacità al valore V_{CC} - V_{iM} e il punto B (V_t) riassume il valore V_{CC}. Terminata la carica il diodo si interdice.



Il fronte di discesa del dell'impulso d'ingresso viene trasformato in un impulso negativo, sempre riferito a V_{CC}, di ampiezza $-V_{iM}$ (valore riferito a massa $V_{CC} - V_{iM}$). Il diodo D_i è interdetto e la capacità si carica al valore V_{CC} attraverso la resistenza R_i. Se l'ampiezza dell'impulso negativo è inferiore a $V_{CC}/3$ ($V_t = V_{CC} - V_{iM}$) si ha la commutazione dell'uscita al livello alto, il transistor si interdice e la capacità C si carica< a V_{CC} attraverso la resistenza R.
dopo un tempo T = 0,2ms il valore della tensione V_C uguaglia la tensione $2V_{CC}/3$ e si ha la commutazione dell'uscita a livello basso, il transistor si satura e la capacità C si scarica in modo quasi istantaneo a massa.
Affinché si abbia la commutazione dell'uscita la tensione V_t, in corrispondenza dell'impulso negativo, deve risultare minore di $V_{CC}/3$, ossia:

$$V_t = V_{CC} - V_{iM} \leq \frac{1}{3} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad V_{iM} \geq \frac{2}{3} V_{CC}$$

Perché il circuito C_i-R_i-D_i funzioni da derivatore deve risultare: **$C_iR_i << \Delta t < T$**.

Affinché l'impulso d'uscita sia valutabile all'oscilloscopio, bisogna che si ripeta periodicamente, ossia bisogna utilizzare come segnale d'ingresso una forma periodica quadra impulsiva. Si sceglie di utilizzare un segnale di tipo TTL di ampiezza 4V e periodo

$$T < Ti < 2T \quad \Rightarrow \quad C_iR_i << \Delta t < T.$$

Si sceglie $$T_i = \frac{3}{2} T = \frac{3}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 0{,}3\text{ms} \quad \rightarrow \quad f_i = 0{,}67\text{kHz}.$$

Dimensionamento del circuito

Calcolo di C e R

Dall'espressione della durata T dell'impulso d'uscita si calcola il prodotto RC:

$$T = RC \ln 3 \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{T}{\ln 3} = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-3}}{\ln 3} = 0{,}182\text{ms}.$$

Si fissa C = 10ηF e si calcola il valore di R: $$R = \frac{0{,}182 \cdot 10^{-3}}{C} = \frac{0{,}182 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-9}} \cong 18\text{k}\Omega.$$

Calcolo di R_i e C_i: Dovendo risultare $R_iC_i << T_i/2 = 0{,}15$ms, si pone $RiC_i = 10\eta s$.

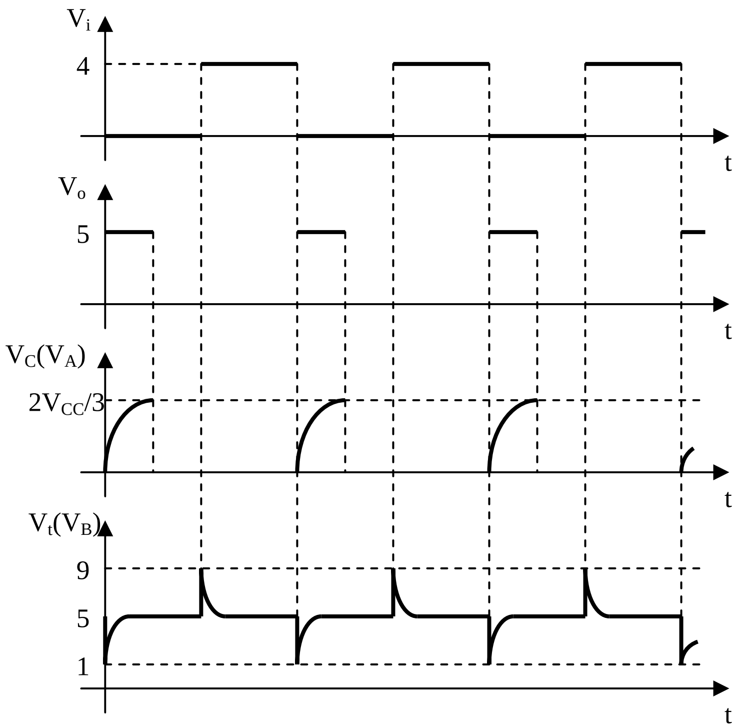
Si fissa $C_i = 0{,}01\eta F = 10pF$ e si calcola R_i: $$R_i = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{C_i} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{0{,}01 \cdot 10^{-9}} = 1\text{k}\Omega.$$

Riassumendo: diodo 1N4148; C = 10ηF; R = 18kΩ; C_1 = 10ηF; R_i = 1kΩ; C_i = 10pF; V_{CC} = 5V.

Procedimento di verifica

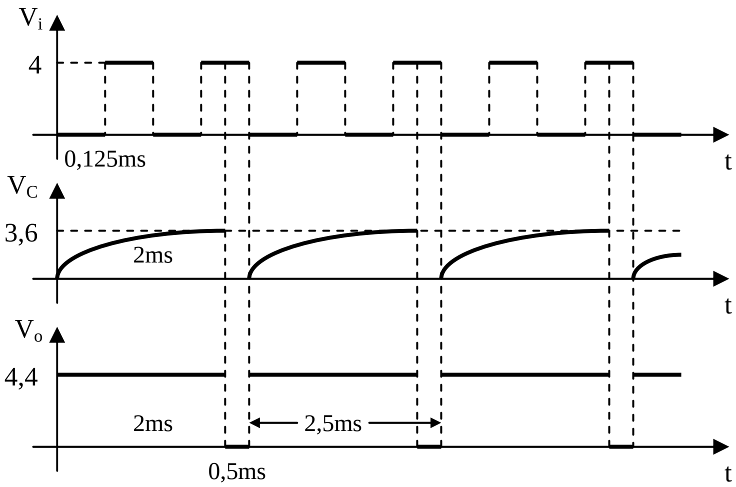
1. Si monta il circuito e si alimenta con tensione V_{CC} = 5V.
2. Si collega all'ingresso il generatore di funzione, regolato per un segnale TTL di ampiezza 4V e frequenza 650Hz, e il canale CH1 dell'oscilloscopio; si collega all'uscita il canale CH2 dell'oscilloscopio.
3. Si regola, se necessario, la frequenza per ottenere la migliore visualizzazione dei segnali.
4. Si misura l'ampiezza e la durata dell'impulso d'uscita e si disegnano i due oscillogrammi correlati.
5. Si sposta il canale CH2 dell'oscilloscopio al punto A (ai capi del condensatore), si visualizza l'andamento della tensione del condensatore C e se ne disegna il grafico correlato con i primi due.
6. Si sposta il canale CH2 dell'oscilloscopio al punto B, si visualizza l'andamento della tensione sull'ingresso V_t (uscita del derivatore e ingresso di trigger del timer 555) e se ne disegna il grafico correlato con i primi tre.
7. si ricollega il canale CH2 dell'oscilloscopio all'uscita e si aumenta la frequenza fino ad ottenere i segnali stabili sullo schermo.
8. si rileva la frequenza d'ingresso e si riportano i grafici dei segnali correlati.
9. si ripetono i punti 5 e 6.

Rilevazioni sperimentali



È stato necessario sostituire la capacità C_i di 10pF con una da 1ηF in quanto la durata dell'impulso era insufficiente a innescare la commutazione dell'uscita.
Si regola la frequenza, partendo da 650Hz, fino ad ottenere una perfetta visualizzazione dei segnali.
La taratura dell'oscilloscopio è: BT = 0,2ms/div ; CH1 = 2V/div ; CH2 = 2V/div.
La durata dell'impulso d'uscita è di 0,2ms e la sua ampiezza è 4V.
Per poter visualizzare in modo ottimale il segnale V_t è stato necessario portare la frequenza a circa 10kHz.

Si aumenta la frequenza fino ad ottenere una nuova visualizzazione ottimale dei segnali alla frequenza di 8kHz $\rightarrow$ T = 0,125ms.
Ampiezza e durata dell'impulso d'uscita rimangono invariati.
L'uscita commuta ogni due periodi del segnale d'ingresso.



Riprogettazione del circuito per un impulso di durata 2ms

Calcolo di C e R

Dall'espressione della durata T dell'impulso d'uscita si calcola il prodotto RC:

$$T = RC\ln 3 \quad \Rightarrow \quad RC = \frac{T}{\ln 3} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\ln 3} = 18{,}2\text{ms}.$$

Si fissa C = 100ηF e si calcola il valore di R: $R = \frac{18{,}2 \cdot 10^{-3}}{C} = \frac{18{,}2 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-9}} \cong 18\text{k}\Omega$.

Calcolo di R_i e C_i

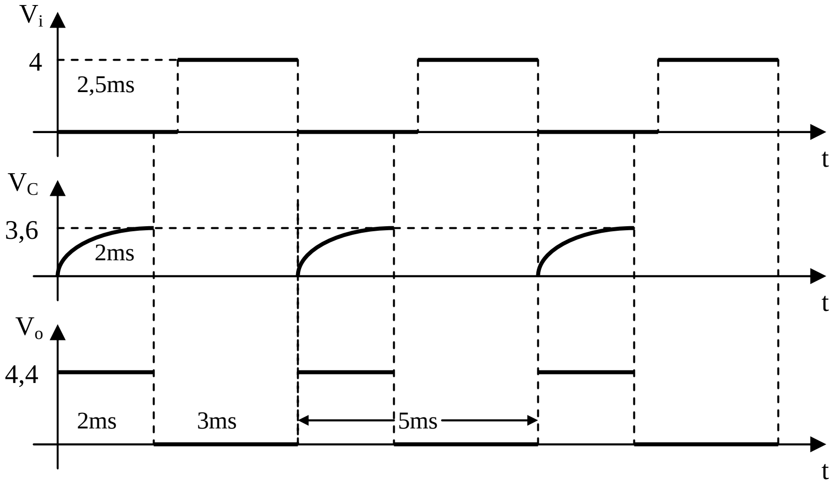
Si sceglie $T_i = \frac{3}{2}T = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 3\text{ms} \quad \rightarrow \quad f_i = 330\text{Hz}$.

Dovendo risultare $RiC_i << \frac{T_i}{2} = 1{,}5\text{ms}$, si pone $RiC_i = 180\mu\text{s}$. Si fissa C_i = 10ηF e si calcola R_i:

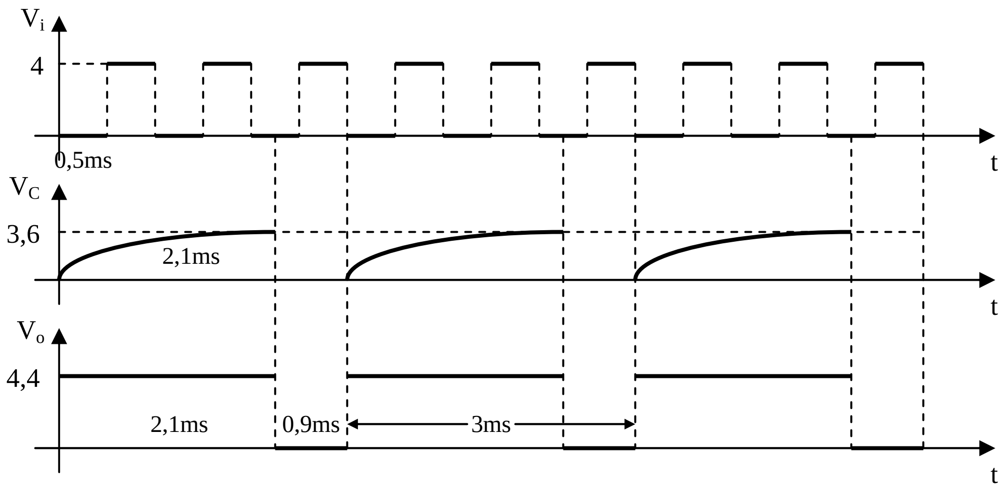
$$R_i = \frac{180 \cdot 10^{-6}}{C_i} = \frac{180 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-9}} = 18\text{k}\Omega.$$

Riassumendo: diodo 1N914; C = 100ηF; R = 18kΩ; C_1 = 10ηF; R_i = 18kΩ; C_i = 10ηF; V_{CC} = 5V.
Rilevazioni sperimentali

Si regola la frequenza, partendo da 150Hz, fino ad ottenere una perfetta visualizzazione dei segnali a una frequenti 200Hz. La durata dell'impulso d'uscita è di 2ms e la sua ampiezza è 4V.

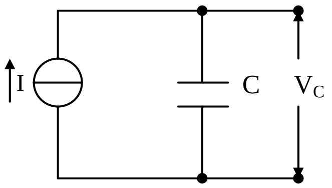


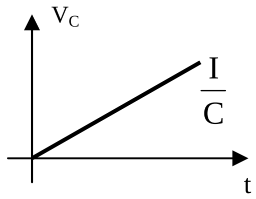
Si aumenta la frequenza fino ad ottenere una nuova visualizzazione ottimale dei segnali alla frequenza di 1kHz → T = 1ms.
Ampiezza dell'impulso d'uscita rimane invariata; la durata risulta di 2,1ms. L'uscita commuta ogni tre periodi del segnale d'ingresso.



GENERATORE DI SEGNALE A DENTE DI SEGA

Se si carica un condensatore con una corrente costante la differenza di potenziale ai suoi capi varia linearmente.





La relazione tra V_C e I è: $I = C\dfrac{dV_C(t)}{dt}$. Assumendo la capacità inizialmente scarica, si ha:

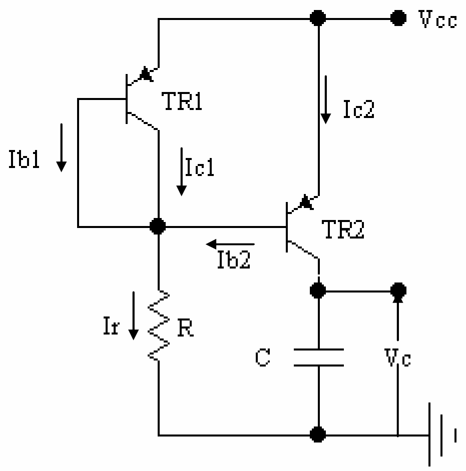
$$dV_C(t) = \frac{I}{C}dt \quad \Rightarrow \quad \int_0^{V_C(t)} dV_C(t) = \frac{I}{C}\int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad V_C(t) = \frac{I}{C}t$$

Se in un multivibratore astabile si fa caricare la capacità a corrente costante e la si scarica molto rapidamente, la tensione ai capi della capacità avrà un andamento a dente di sega.
Per caricare una capacità a corrente costante si può utilizzare un transistor per il quale la capacità è il carico. Un circuito idoneo allo scopo è quello di figura.

I° circuito

Si considerano i due BJT identici e le due basi identicamente polarizzate; pertanto, risultano uguali sia le correnti di base sia i loro h_{FE}:

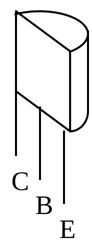
$$I_{B1} = I_{B2} = I_B \qquad \Rightarrow \qquad h_{FE1} = h_{FE2} = h_{FE}$$



TR_1 , TR_2 : BC327/40

$h_{FEMIN} = 250$

$I_{CMAX} = 800mA$



Poiché $I_{C1} = h_{FE1}I_{B1} = h_{FE2}I_{B2} = I_{C2} = h_{FE}I_B = I_C$, le due correnti di collettore sono anch'esse uguali.

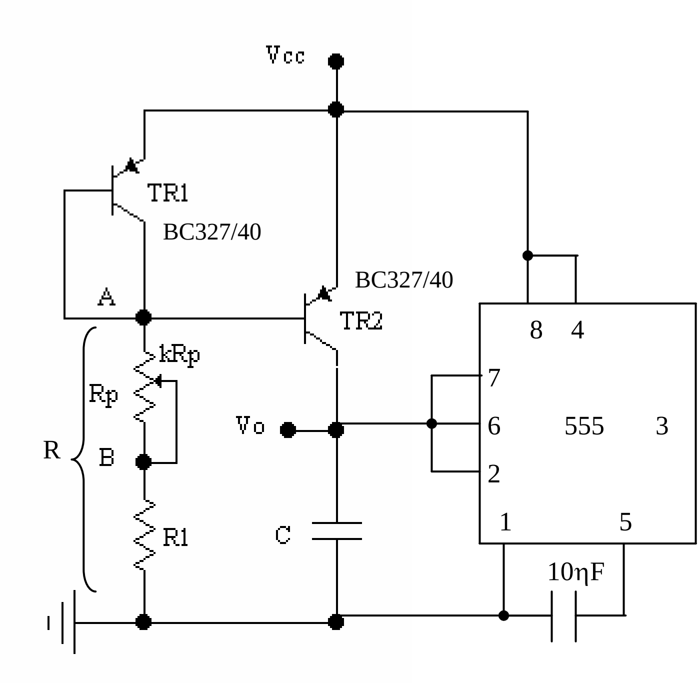
Nel caso che $h_{FE} >> 1$, le correnti di base risultano trascurabili rispetto a quelle di collettore, per cui:

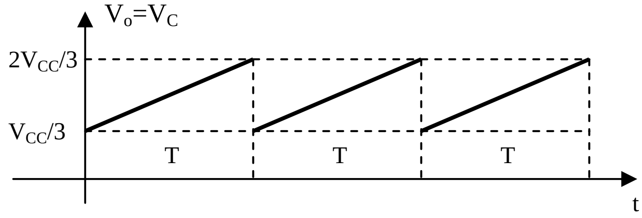
$$I_R = h_{C1} + I_{B1} + I_{B2} \cong I_{C1} = I_{C2} = I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R} .$$

Sostituendo nell'equazione di $V_C(t)$, si ha: $V_C(t) = \frac{I_C}{C} t = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{RC} t$.

Se $V_{BE} << V_{CC}$, è possibile approssimare con $V_C(t) = \frac{V_{CC}}{RC} t$.

Il circuito definitivo è il seguente.





Il condensatore si carica a corrente costante attraverso il transistor TR2 e si scarica quasi istantaneamente quando, saturandosi il transistor di scarica del timer 555, attraverso il pin 7 viene cortocircuitato a massa. La carica della capacità inizia dal valore $V_{CC}/3$ e termina quando la sua tensione raggiunge il valore $2V_{CC}/3$.

L'equazione di carica della capacità, a partire dal tempo zero, è:

$$V_C(t) = \frac{I_C}{C} t + \frac{1}{3} V_{CC} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{RC} t + \frac{1}{3} V_{CC}.$$

All’istante $t = T$, $V_C(T) = \frac{2}{3} V_{CC}$ e il condensatore viene cortocircuitato a massa attraverso il pin 7 del timer 555 e scaricato molto rapidamente.

Per calcolare la durata della rampa, si calcola l’equazione $V_C(t)$ a $t = T$, si impone che sia uguale a $2V_{CC}/3$ e si risolve rispetto a T:

$$V_C(T) = \frac{I_C}{C} T + \frac{1}{3} V_{CC} = \frac{2}{3} V_{CC} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{V_{CC} C}{3 I_C} = \frac{V_{CC}}{V_{CC} - V_{BE}} \cdot \frac{RC}{3} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{V_{CC}} \cdot \frac{3}{RC}$$

dove $R = kR_P + R_1$, $0 \le k \le 1$.

Al variare di k tra 0 e 1, varia la corrente I_C, il tempo di carica della capacità e, quindi, la frequenza f del segnale a dente di sega.

– Se $k = 0 \Rightarrow kR_P = 0 \Rightarrow$ cursore in A $\Rightarrow R = R_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad T = T_{MIN} = \frac{V_{CC}}{V_{CC} - V_{BE}} \cdot \frac{R_1 C}{3} \quad \Rightarrow \quad f = f_{MAX}$$

– Se $k = 1 \Rightarrow kR_P = R_P \Rightarrow$ cursore in B $\Rightarrow R = R_P + R_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad T = T_{MAX} = \frac{V_{CC}}{V_{CC} - V_{BE}} \cdot \frac{(R_P + R_1)C}{3} \quad \Rightarrow \quad f = f_{MIN}$$

Dimensionamento del circuito

Per una migliore visualizzazione dei segnali, si fissa $f_{MIN} = 250Hz$ e $f_{MAX} = 100kHz$. Si utilizzano una tensione di alimentazione di 5V.

Dimensionamento con V_{CC} = 5V

$f_{MIN} = 250Hz \rightarrow T_{MAX} = 4ms$; $f_{MAX} = 100kHz \rightarrow T_{MIN} = 10\mu s$; $V_{CC} = 5V$; $V_{BE} = 0,7V$

Si usa un potenziometro di 100kΩ 10 giri.

Dal rapporto tra T_{MAX} e T_{MIN} si esplicita R_1 in funzione di R_P, T_{MAX} e T_{MIN}:

$$\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} = \frac{R_P + R_1}{R_1} = 1 + \frac{R_P}{R_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_P}{R_1} = \frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} - 1 \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_P}{\frac{T_{MAX}}{T_{MIN}} - 1} = \frac{100 \cdot 10^3}{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} - 1} = 250\Omega,$$

valore commerciale $R_1 = 270\Omega$.

Da T_{MIN} si calcola C: $$C = \frac{3T_{MIN}(V_{CC} - V_{BE})}{V_{CC}R_1} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot (5 - 0{,}7)}{5 \cdot 270} = 0{,}095\mu F,$$

valore commerciale 0,1μF.

Dimensionamento con V_{CC} = 12V

f_{MIN} = 250Hz $\rightarrow$ T_{MAX} = 4ms ; f_{MAX} = 100kHz $\rightarrow$ T_{MIN} = 10μs ; V_{CC} = 5V ; V_{BE} = 0,7V

il valore di R_1 è lo stesso di prima, 270Ω.

Da T_{MIN} si calcola C: $$C = \frac{3T_{MIN}(V_{CC} - V_{BE})}{V_{CC}R_1} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot (12 - 0{,}7)}{5 \cdot 270} = 0{,}105\mu F,$$

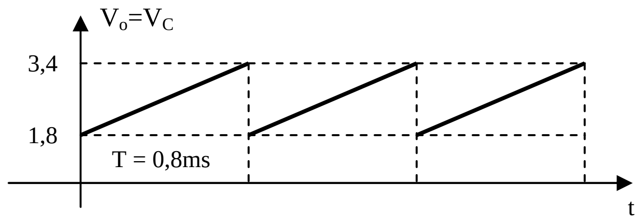
valore commerciale 0,1μF, stesso valore di prima.

Riassumendo: BJT 2xBC327/40 ; R_1 = 270Ω ; R_P = 100kΩ ; C = 0,1μF ; C_1 = 10ηF.

Procedimento di misura

1. Si monta e si alimenta il circuito a 5V; si inserisce un multimetro, predisposto ad amperometro, tra V_{CC} e l'emettitore del transistor TR_2 per misurare la corrente I_C. si collega il canale CH1 dell'oscilloscopio ai capi del condensatore per rilevare la tensione d'uscita V_o.
2. Si inserisce tutto R_P in modo da ottenere la minima frequenza del segnale a dente di sega.
3. Si rileva la corrente I_C e il periodo T e si calcola la frequenza come 1/T usando il valore misurato di T.
4. Si agisce su R_P in modo da incrementare la corrente I_C di una quantità sufficiente a variare sensibilmente la frequenza del segnale e si ripete il punto 3.
5. Si ripete il punto 4 fino a disinserire del tutto il potenziometro R_P e si tabulano i dati.
6. Si riporta l'oscillogramma del segnale ad una frequenza di circa 1kHz.
7. Nel caso il segnale presenti instabilità prima che $kR_P = 0$, si riduce il campo di variazione della frequenza da 250Hz a 10kHz, cambiando la resistenza R_1 di 270Ω con una da 2,7kΩ e si ripetono i punti dal 2 al 5.
8. Si regola l'alimentatore a 12V e se ne riporta l'oscillogramma ad una frequenza di circa 1kHz.

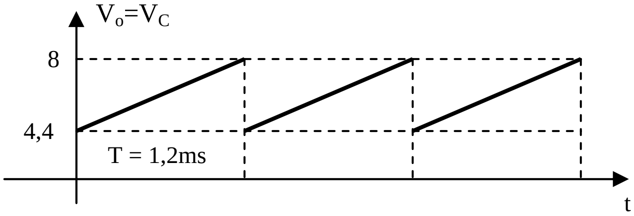
Oscillogrammi dei segnali d'uscita con alimentazione di 5V e 12V



R_1 = 270Ω CH1 = 1V/div B.T. = 0,2ms/div

V_{CC} = 5V V_{oMIN} = 1,8V V_{oMAX} = 3,4V

T = 0,8ms f = 1,25kHz



R_1 = 2,7kΩ   CH1 = 2V/div B.T. = 0,5ms/div

V_{CC} = 12V V_{oMIN} = 4,4V V_{oMAX} = 8V

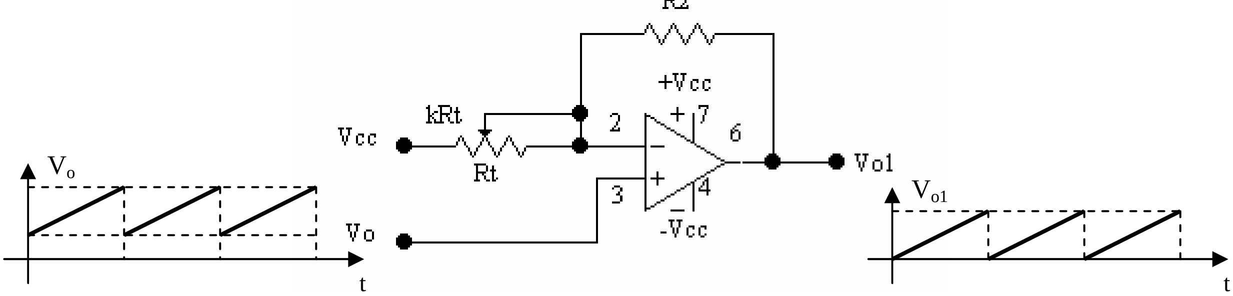
T = 1,2ms   f = 0,834kHz

Tabulazione dei dati

Ovviamente, non disponendo del valore di kR_P durante le misure, non è stato possibile un confronto adeguato con valori preventivati.

Alimentazione V_{CC} = 5V								
R_1 = 270Ω					**R_1 = 2,7kΩ**			
Volt	ms	kHz	mA		Volt	ms	kHz	mA
V_{R1}	T	f	I_C		V_{R1}	T	f	I_C
0,012	1,16	0,862	0,0452		0,114	1,2	0,83	0,0422
0,015	0,94	1,064	0,0565		0,130	1,04	0,96	0,048
0,018	0,8	1,25	0,067		0,150	0,9	1,11	0,056
0,020	0,7	1,428	0,074		0,180	0,76	1,32	0,067
0,025	0,55	1,82	0,093		0,200	0,67	1,49	0,074
0,030	0,46	2,174	0,111		0,250	0,53	1,89	0,093
0,040	0,34	2,941	0,148		0,300	0,45	2,22	0,111
0,050	0,27	3,704	0,185		0,500	0,27	3,70	0,185
0,080	0,17	5,882	0,296		0,750	0,175	5,71	0,278
0,100	0,134	7,463	0,370		1,00	0,132	7,58	0,370
0,150	0,09	11,11	0,556		1,20	0,110	0,09	0,444
0,200	0,066	15,15	0,741	*	1,50	0,088	11,36	0,556
0,300	0,044	22,73	1,111		2,00	0,066	15,15	0,741
0,500	0,026	38,46	1,852		2,50	0,052	19,23	0,926
1,024	0,012	83,33	3,792	**	4,29	0,03	33,33	1,589
* Comincia a diventare apprezzabile la durata della rampa in discesa								
** Durata non trascurabile della rampa in discesa								

Se si vuole un segnale a dente di sega che parta da zero, si può utilizzare un traslatore di livello che porti il valore minimo, di circa 1,67V, a zero. Il circuito è quello di figura.
Si deve usare una alimentazione duale, V_{CC} = ±5V, perché la tensione d'uscita dovuta a V_{CC} deve variare in campo negativo.



La funzione d'uscita è: $$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{kR_T}\right)V_o - \frac{R_2}{kR_T}V_{CC}$$

Con $k = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad kR_T = \frac{R_T}{2}$ e $V_o = V_{oMIN}$ deve risultare $V_{o1} = 0 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \left(1 + \frac{2R_2}{R_T}\right)V_{oMIN} - \frac{2R_2}{R_T}V_{CC} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{oMIN} - \frac{2R_2}{R_T}\left(V_{CC} - V_{oMIN}\right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_T} = \frac{V_{oMIN}}{2\left(V_{CC} - V_{oMIN}\right)} = \frac{1{,}67}{2(5 - 1{,}67)} = 0{,}25 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 0{,}25R_T$$

Si fissa $R_T = 100k\Omega$ e si calcola $R_2 = 0{,}25R_T = 0{,}25 \cdot 100 \cdot 10^3 = 25k\Omega$, valore commerciale $27k\Omega$.

– Con $k = 1 \quad \Rightarrow \quad kR_T = R_T$ (tutto R_T inserito) $\quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_T}\right)V_o - \frac{R_2}{R_T}V_{CC} = \left(1 + \frac{27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right)V_o - \frac{27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} \cdot 5 = 1{,}27V_o - 1{,}35$$

  – Se $V_o = V_{oMIN} = 1{,}8V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MIN} = 0{,}936V$

  – Se $V_o = V_{oMAX} = 3{,}4V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MAX} = 2{,}968V$

– Con $k = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad kR_T = \frac{R_T}{2}$ (cursore al centro) $\quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad V_{o1} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_T}\right)V_o - \frac{2R_2}{R_T}V_{CC} = \left(1 + \frac{2 \cdot 27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3}\right)V_o - \frac{2 \cdot 27 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} \cdot 5 = 1{,}54V_o - 2{,}7$$

  – Se $V_o = V_{oMIN} = 1{,}8V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MIN} = 0{,}072V$

  – Se $V_o = V_{oMAX} = 3{,}4V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MAX} = 2{,}536V$

– Determinazione del valore k_{MIN} che provoca la saturazione dell'uscita V_{o1}.

  Considerando una tensione di saturazione $V_{o1L} = -4{,}5V$, si impone che con $V_o = V_{oMIN} = 1{,}8V$, l'uscita uguaglia la tensione di saturazione V_{o1L}:

$$\left(1 + \frac{R_2}{k_{MIN}R_T}\right)V_{oMIN} - \frac{R_2}{k_{MIN}R_T}V_{CC} = V_{o1L} \;\Rightarrow\; k_{MIN}R_TV_{oMIN} + R_2V_{oMIN} - R_2V_{CC} = k_{MIN}R_TV_{o1L} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad k_{MIN}R_T\left(V_{oMIN} - V_{o1L}\right) = R_2\left(V_{CC} - V_{oMIN}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad k_{MIN} = \frac{R_2\left(V_{CC} - V_{oMIN}\right)}{R_T\left(V_{oMIN} - V_{o1L}\right)} = \frac{27 \cdot 10^3 \cdot (5 - 1{,}8)}{100 \cdot 10^3 \cdot (1{,}8 + 4{,}5)} = 0{,}14$$

Oltre tale valore l'uscita V_{o1} satura.

Con tale valore si ha:

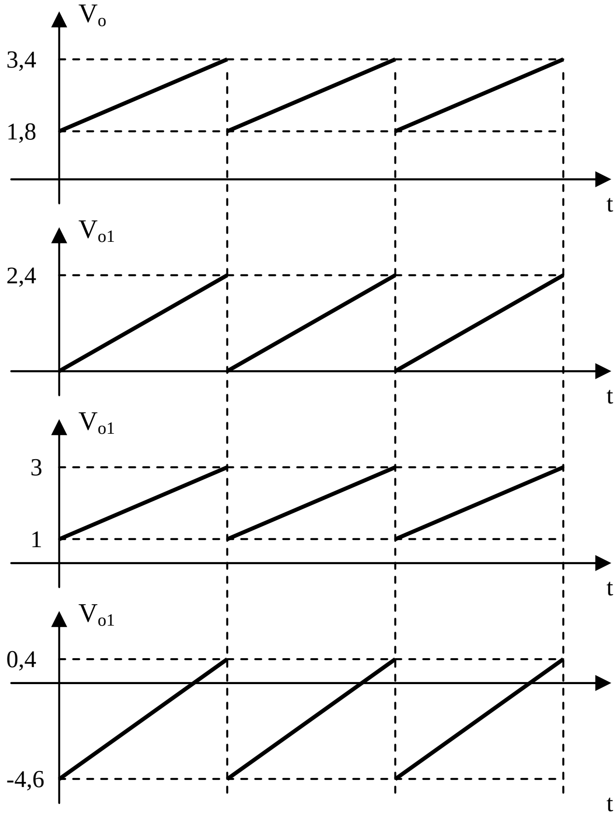
$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_2}{k_{MIN} R_T}\right) V_o - \frac{R_2}{k_{MIN} R_T} V_{CC} = \left(1 + \frac{27 \cdot 10^3}{0{,}14 \cdot 100 \cdot 10^3}\right) V_o - \frac{27 \cdot 10^3}{0{,}14 \cdot 100 \cdot 10^3} \cdot 5 = 2{,}93 V_o - 9{,}65$$

– Se $V_o = V_{oMIN} = 1{,}8V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MIN} = -4{,}676V$

– Se $V_o = V_{oMAX} = 3{,}4V \quad \Rightarrow \quad V_{o1MAX} = 0{,}312V$

Oscillogrammi e dati rilevati

Si collega il traslatore di livello all'uscita V_o sulla capacità e si collega il canale CH2 dell'oscilloscopio all'uscita V_{o1} dell'operazionale. Al variare di R_T si ottengono i seguenti grafici e valori.



$kR_T = \frac{R_T}{2}$

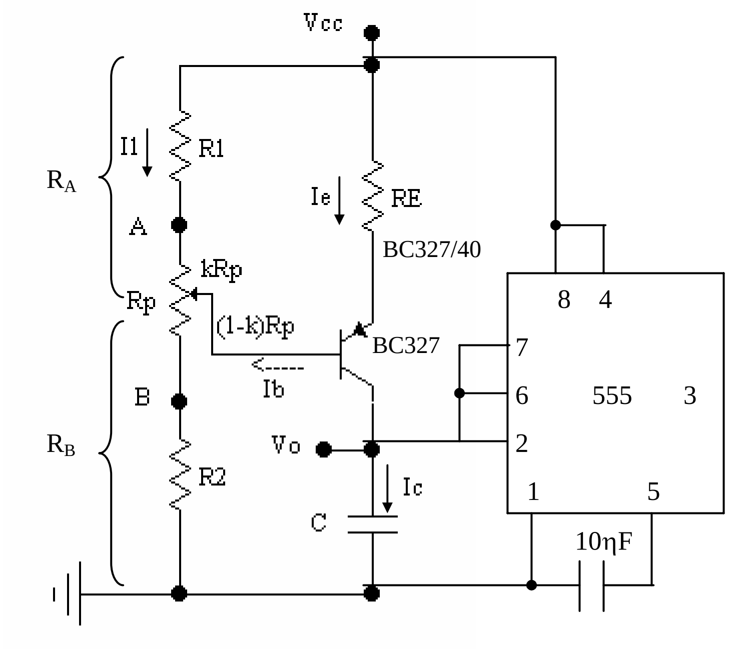
$kR_T = R_T$

$kR_T \approx 0{,}14 R_T$

I valori che si ottengono sono in ottimo accordo con quelli preventivati.

II° circuito

Per ottenere la carica della capacità a corrente costante, si può anche utilizzare un BJT polarizzato in zona attiva col classico partitore resistivo di base e resistenza di emettitore.



BJT: BC327/40 I_{CM} = 800mA

h_{FEMIN} = 250 $I_E \cong I_C$

$V_{BE} \cong 0{,}7V$ V_{CC} = 5V

$$R_A = kR_P + R_1$$

$$R_B = (k-1)R_P + R_2$$

L'equazione di carica della capacità, a partire dal tempo zero, è:

$$V_C(t) = \frac{I_C}{C}t + \frac{1}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_C}{C}T + \frac{1}{3}V_{CC} = \frac{2}{3}V_{CC} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{V_{CC}C}{3I_C} \approx \frac{V_{CC}C}{3I_E} \quad \rightarrow \quad f = \frac{3I_E}{V_{CC}C}$$

Si deve definire il campo di variazione della frequenza, ossia i valori minimo f_{MIN} e massimo f_{MAX}. Poiché il BJT deve funzionare in zona attiva, deve sempre risultare $\mathbf{V_{CE} \geq 0{,}4V}$. nelle condizioni più sfavorevoli, V_{CEMIN} = 0,4V e $V_{CMAX} = 2V_{CC}/3$, si calcola il massimo valore che può assumere V_E in tali condizioni:

$$V_{EMAX} = V_{CC} - V_{CEMIN} - V_{CMAX} = V_{CC} - 0{,}4 - \frac{2}{3}V_{CC} = \frac{1}{3}V_{CC} - 0{,}4\,.$$

Si fissa il valore di I_E nelle condizioni di massima corrente, ossia in corrispondenza della frequenza massima f_{MAX} (minimo periodo), e si calcola il valore di R_E:

$$R_E = \frac{V_{EMAX}}{I_{EMAX}}\,.$$

In corrispondenza della massima frequenza si calcola C: $C = \dfrac{3I_{EMAX}}{V_{CC}f_{MAX}}\,.$

Si calcola la corrente I_B in corrispondenza di I_{EMAX} nel caso più sfavorevole, $h_{FE} = h_{FEMIN}$, e si impone un valore della corrente I_1 molto maggiore di questo:

$$I_{BMAX} = \frac{I_{EMAX}}{h_{FEMAX}} \qquad \Rightarrow \qquad \text{si fissa il valore di } I_1 >> I_{BMIN}.$$

In tale ipotesi ($I_1 >> I_{BMIN}$), R_A e R_B risultano elettricamente in serie. Si calcola V_E , I_E , $R_A + R_B$:

$$V_E = \frac{R_A}{R_A + R_B} V_{CC} - V_{BE} \quad \Rightarrow \quad I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{1}{R_E}\left(\frac{R_A}{R_A + R_B} V_{CC} - V_{BE}\right)$$

$$R_A + R_B \cong \frac{V_{CC}}{I_1} = R_1 + R_P + R_2$$

La massima corrente si ha quando $k = 1$ (cursore in B) $\Rightarrow \begin{cases} R_A = R_1 + R_P \\ R_B = R_2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad R_E I_{EMAX} = V_{EMAX} = \frac{R_1 + R_P}{R_1 + R_P + R_2} V_{CC} - V_{BE} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_1 + R_P}{R_1 + R_P + R_2} = \frac{V_{EMAX} + V_{BE}}{V_{CC}} = a$$

Quando $k = 0$ si deve avere la frequenza minima, in corrispondenza del valore minimo di I_E:

$$I_{EMIN} = \frac{V_{CC} C f_{MIN}}{3}.$$

$k = 0$ (cursore in A) $\Rightarrow \begin{cases} R_A = R_1 \\ R_B = R_P + R_2 \end{cases} \Rightarrow \quad R_E I_{EMIN} = \frac{R_1}{R_1 + R_P + R_2} V_{CC} - V_{BE} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_1 + R_P + R_2} = \frac{R_E I_{EMIN} + V_{BE}}{V_{CC}} = b$$

Dopo avere calcolato i valori di a e di b e del partitore resistivo $(R_1 + R_P + R_2)$, si determinano i valori delle resistenze mettendo a sistema le due equazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{R_1 + R_P}{R_1 + R_P + R_2} = a \quad \Rightarrow \quad R_P = (R_1 + R_P + R_2)a - R_1 \\ \dfrac{R_1}{R_1 + R_P + R_2} = b \quad \Rightarrow \quad R_1 = (R_1 + R_P + R_2)b \quad \Rightarrow \quad R_2 = (R_1 + R_P + R_2) - R_P - R_1 \end{cases}$$

Dimensionamento del circuito

<u>Si fissano i valori</u>: $f_{MIN} = 250Hz$; $f_{MAX} = 10kHz$; $V_{CC} = 5V$; $I_{EMAX} = 5mA$; $h_{FEMIN} = 250$.

<u>Calcolo di R_E e di C</u>

$$V_{EMAX} = \frac{1}{3} V_{CC} - V_{CEMIN} = \frac{5}{3} - 0{,}4 = 1{,}26V \quad \Rightarrow \quad R_E = \frac{V_{EMAX}}{I_{EMAX}} = \frac{1{,}26}{5 \cdot 10^{-3}} = 252\Omega,$$

valore commerciale 270Ω.

$$C = \frac{3I_{EMAX}}{V_{CC}f_{MAX}} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10 \cdot 10^{3}} = 0{,}3\mu F \quad , \qquad \text{valore commerciale } 330\eta F.$$

<u>Calcolo di R_P , R_1 e R_2</u>

$$I_{BMIN} = \frac{I_{EMAX}}{h_{FEMIN}} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{250} = 20\mu A$$

Si sceglie I_1 = 1mA >> I_{BMIN} = 20μA e si calcola il valore del partitore di base:

$$R_A + R_B = R_1 + R_P + R_2 = \frac{V_{CC}}{I_1} = \frac{5}{1 \cdot 10^{-3}} = 5k\Omega$$

$$I_{EMIN} = \frac{V_{CC}Cf_{MAX}}{3} = \frac{5 \cdot 330 \cdot 10^{-9} \cdot 250}{3} = 0{,}1375mA$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_P + R_2} = \frac{R_E I_{EMIN} + V_{BE}}{V_{CC}} = \frac{270 \cdot 0{,}1375 \cdot 10^{-3} + 0{,}7}{5} = 0{,}1474 = b$$

$$R_1 = (R_1 + R_P + R_2)b = 5 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}1474 = 737\Omega \quad , \qquad \text{valore commerciale } 820\Omega.$$

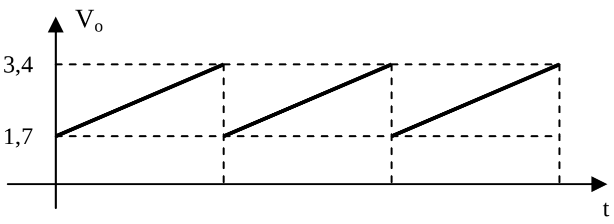
$$a = \frac{V_{EMAX} + V_{BE}}{V_{CC}} = \frac{1{,}26 + 0{,}7}{5} = 0{,}392 \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad R_P = (R_1 + R_P + R_2)a - R_1 = 5 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}392 - 0{,}82 \cdot 10^{3} = 1{,}14k\Omega \, , \quad \text{valore commerciale } 1k\Omega.$$

$$R_P = (R_1 + R_P + R_2) - R_P - R_1 = 5 \cdot 10^{3} - 1 \cdot 10^{3} - 0{,}82 \cdot 10^{3} = 3{,}18k\Omega \, , \ \text{valore commerciale } 3{,}3k\Omega.$$

Verifica sperimentale

Si riporta il disegno del grafico alla frequenza di 13kHz.



BJT: BC327/40 I_{CM} = 800mA h_{FEMIN} = 250

V_{oMIN} = 1,7V V_{oMIAX} = 3,4V V_{CC} = 5V

T = 0,076μs f =13,16kHz

Al variare di R_P varia la frequenza da 4,235kHz a 21,74kHz. A 21,74kHz , e prima di inserire tutto il potenziometro, il BJT satura e la frequenza rimane costante all'ulteriore variazione di R_P.

Oltre a generare un segnale a dente di sega, sull'uscita del 555, pin 3, si ottiene un segnale ad onda rettangolare della stessa frequenza.