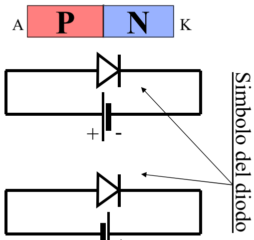
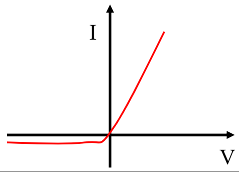
Il diodo: applicazioni e misure

- Diodo = elemento non lineare
- Caratteristica:

$$I = I_o\left[e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right]$$

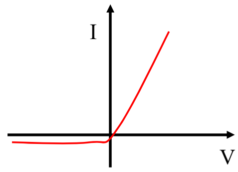
- Applicazioni:
  - Raddrizzatore
  - Stabilizzatore
  - Termometro
  - Rivelatore





Approssimazioni della caratteristica

$$I = I_o\left[e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right]$$

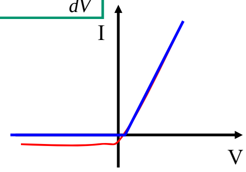


- Il diodo si comporta approssimativamente come una resistenza molto alta per polarizzazione inversa, e come una resistenza bassa per polarizzazione diretta.
- Si può costruire un modello approssimato della sua caratteristica definendo una resistenza equivalente:

$$\boxed{R_{eq} = \frac{dV}{dI} = \frac{1}{\frac{dI}{dV}}}$$

- In prima approssimazione :

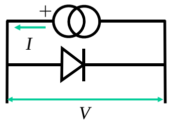
$$R_{eq} = \infty \quad \text{per} \quad V < V_o$$
$$R_{eq} = R_o \quad \text{per} \quad V > V_o$$



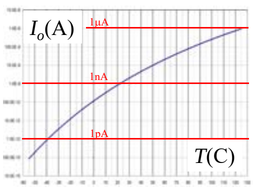
- In blu: modello approssimato (spezzata; V_o dell'ordine di .8V per Si)

Il diodo come termometro

- Se si alimenta il diodo con un generatore di corrente, che produce una I costante attraverso il diodo, la tensione ai suoi capi è funzione solo della sua temperatura fisica.
- Non è una semplice proporzionalità, perché I_o (detta corrente di saturazione inversa) è funzione della temperatura, ed aumenta fortemente se T aumenta.
- Si potrebbe allora pensare di polarizzare il diodo inversamente, e ricavare la temperatura misurando la corrente di saturazione inversa $I_o(T)$.
- Purtroppo tale corrente è piccolissima (vedi grafico), e inferiore alla corrente di perdita, quindi non si può usare direttamente questa per misurare la temperatura.
- Si preferisce quindi polarizzare il diodo direttamente.



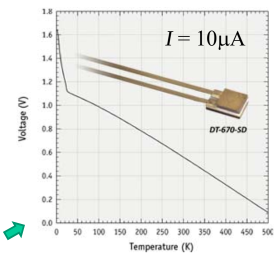
$$I = I_o(T)\left[e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right] \quad \rightarrow$$
$$V = \frac{kT}{e}\ln\left[\frac{I}{I_o(T)} + 1\right]$$



Il diodo come termometro

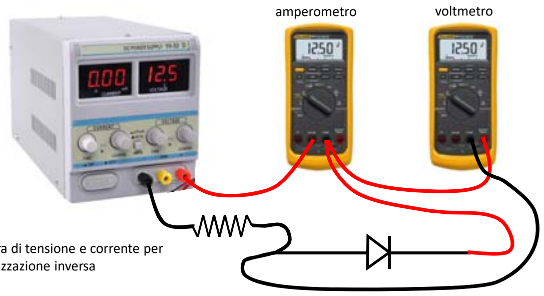
- Per polarizzazione diretta, la relazione tra tensione e temperatura a corrente costante non è una semplice proporzionalità, perché I_o (detta corrente di saturazione inversa) è funzione della temperatura, ed aumenta fortemente se T aumenta.
- A corrente costante, la tensione ai capi del diodo *diminuisce* all'aumentare della temperatura.
- L' andamento, non lineare, è comunque riproducibile, e può essere calibrato.
- In commercio si trovano sia diodi al silicio che diodi all' arsenuro di gallio alluminio (Ga Al As) specificamente progettati come sensori di temperatura.

$$I = I_o(T)\left[e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right] \quad \rightarrow$$
$$V = \frac{kT}{e}\ln\left[\frac{I}{I_o(T)} + 1\right]$$



Come si misura la caratteristica del diodo

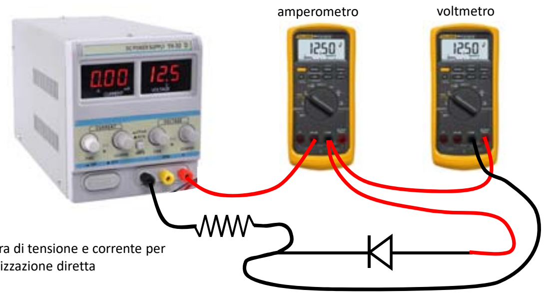
- La caratteristica V(I) è non lineare
- Metodo A: per misure di precisione della caratteristica:
- Si possono usare un alimentatore (generatore ideale di tensione o di corrente continua), un voltmetro e un amperometro, e variare la tensione (corrente) dell'alimentatore misurando tensione ai capi del diodo e corrente attraverso il diodo.



Misura di tensione e corrente per polarizzazione inversa

Come si misura la caratteristica del diodo

- La caratteristica V(I) è non lineare
- Metodo A: per misure di precisione della caratteristica:
- Si possono usare un alimentatore (generatore ideale di tensione o di corrente continua), un voltmetro e un amperometro, e variare la tensione (corrente) dell'alimentatore misurando tensione ai capi del diodo e corrente attraverso il diodo.



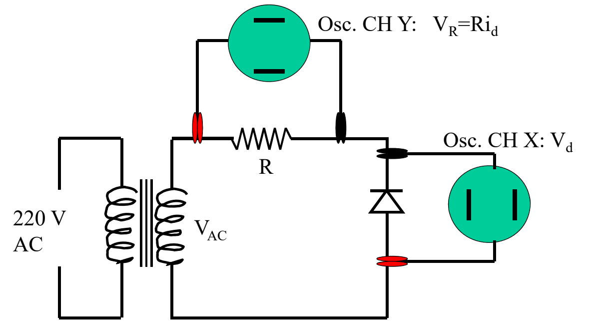
Misura di tensione e corrente per polarizzazione diretta

Come si misura la caratteristica del diodo

- Per misure in polarizzazione inversa:
  - l'amperometro dovrà essere in grado di misurare correnti minuscole (la corrente è molto piccola, per tensioni inferiori al breakdown). Non è fattibile con la nostra strumentazione.
  - In realtà è illusorio pensare di misurare la corrente di saturazione inversa I_o in questo modo, perché quello che si misura è dominato dalla corrente di perdita, dovuta al fatto che il diodo ha sempre un resistore molto elevato in parallelo (centinaia di MΩ o più, ma ci scorre comunque una corrente maggiore di quella di saturazione inversa che scorre nel diodo).
- Per misure in polarizzazione diretta:
  - si deve usare una resistenza in serie al diodo per limitare la corrente, oppure, meglio, un generatore di corrente : dato che la resistenza equivalente del diodo è bassa, e quella interna dell'alimentatore è ancora più bassa, appena si superano 0.8V di tensione ai capi del diodo la corrente aumenta moltissimo e si rischia di bruciarlo.
  - Il fatto che la caratteristica del diodo dipenda dalla temperatura è pericoloso: quando si fa passare una corrente intensa nel diodo, il diodo si scalda, e riduce ulteriormente la sua resistenza equivalente, facendo scorrere sempre più corrente se questa non è regolata: si arriva al cosiddetto thermal runaway, che finisce col bruciare il diodo.
- Per misure di precisione si devono usare strumenti appositi. Per una misura semi-qualitativa si può usare un generatore alternato flottante (un trasformatore) e un oscilloscopio.

Come si misura la caratteristica del diodo

- Se non servono misure di grande precisione della caratteristica, ma serve una caratterizzazione visiva veloce:
- Metodo B: la si può visualizzare sull' oscilloscopio in modo XY applicando alla serie resistenza+diodo una tensione alternata V_{AC} , ottenuta da un trasformatore, come nello schema seguente:

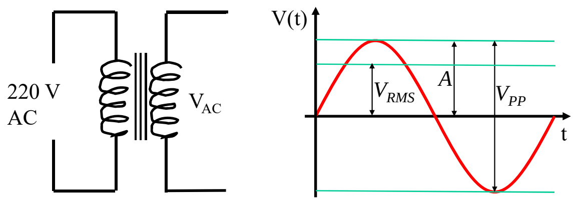


Nota su V_{AC}

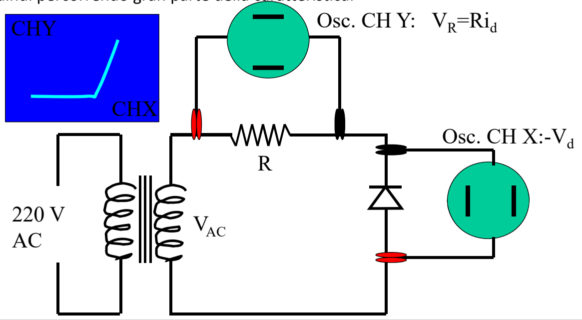
- La tensione alternata ai capi del secondario del trasformatore ha una certa ampiezza, che può essere specificata in diversi modi:
  - Ampiezza (dal valor medio - zero - al valore massimo, o dal valore medio al minimo)
  - Picco-Picco (dal valore massimo al valore minimo, è il doppio dell' ampiezza)
  - Ampiezza RMS (root mean square: radice del valore quadratico medio). Per una sinusoide, l'ampiezza RMS è l' ampiezza divisa per radice di 2):

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A^2 \sin^2(\frac{2\pi t}{T})dt} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2(x)dx} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi}\frac{1}{2}\left[x - \sin x \cos x\right]_0^{2\pi}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

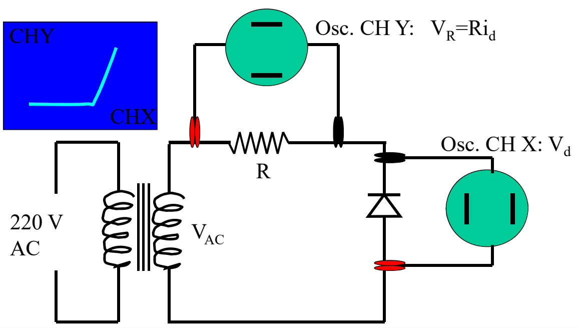
  - Quando si danno 230V per indicare la tensione di rete, si intende la sua ampiezza RMS. Lo stesso per le tensioni di uscita indicate sul trasformatore (6, 9, 12, … V).



- Applicando la tensione alternata V_{AC} ottenuta dal trasformatore, si applicano sequenzialmente ai capi della serie diodo+resistenza tensioni che vanno da $-A$ ad A, dove $A = \sqrt{2}\, V_{AC,RMS}$
- Di conseguenza, nel diodo passa corrente, la stessa corrente che passa in R, e si sviluppa la corrispondente differenza di potenziale, secondo la sua caratteristica.
- Quindi sul canale Y si ha una deflessione proporzionale alla corrente, mentre sul canale X si ha una deflessione pari alla tensione ai capi del diodo (cambiata di segno); ambedue i segnali variano nel tempo seguendo la variazione di V_{AC} e quindi percorrendo gran parte della caratteristica.



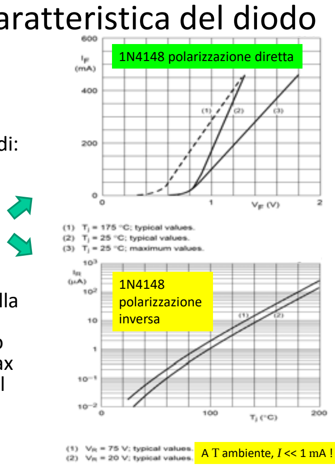
- Nell'effettuare le connessioni ricordarsi che i terminali "ground" (coccodrilli neri) dei due canali dell'oscilloscopio sono connessi internamente, perché sono ambedue connessi alla «terra», per motivi di sicurezza. Quindi i 2 coccodrilli neri vanno connessi nello stesso punto, tra R e diodo.
- Questo è il motivo per cui si usa un trasformatore al posto del generatore di segnali: il generatore di segnali infatti ha il terminale negativo connesso alla «terra», e quindi automaticamente connesso anche ai terminali ground dell'oscilloscopio.
- Il trasformatore, invece, ha il secondario completamente isolato dalla «terra».



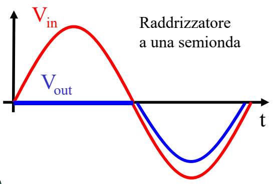
Come si misura la caratteristica del diodo

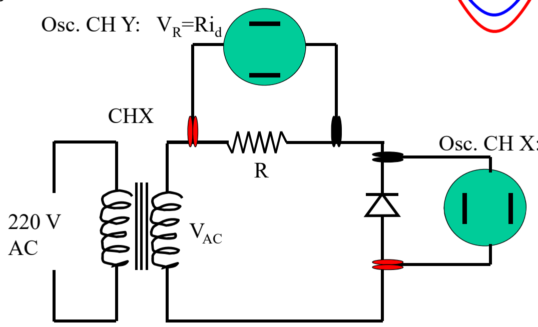
Note sul metodo B
(caratterizzazione veloce):

- Si deve ricordare in generale di:
- Controllare la sigla (1N4148) stampata sull'involucro ed eventualmente consultare le specifiche tecniche del costruttore.
- Ricordarsi di far scorrere una corrente non superiore a quella massima consigliata dal costruttore (diodo polarizzato direttamente, per 1N4148 max 200 mA) per evitare il thermal runaway.
- V_{AC} / R < 200 mA per il diodo modello 1N4148

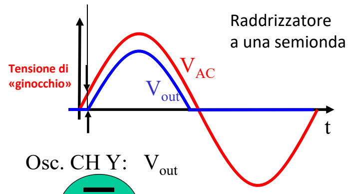


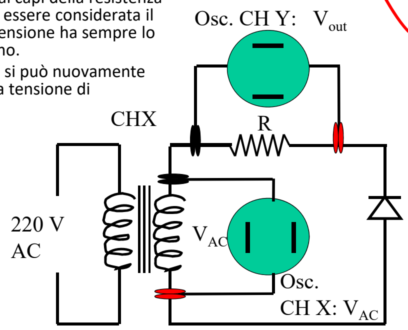
- Con lo stesso circuito, visualizzando CHY in funzione del tempo, si vedrà l’azione rettificatrice del diodo: mentre sul secondario del trasformatore la tensione è alternata, ai capi della resistenza R, che può essere considerata il carico, la tensione ha sempre lo stesso segno.



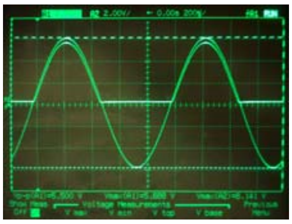


- Con lo stesso circuito, ma collegando l’oscilloscopio come in figura sotto, visualizzando CHX e CHY in funzione del tempo, si vedrà l’azione rettificatrice del diodo: mentre sul secondario del trasformatore la tensione è alternata, ai capi della resistenza R, che può essere considerata il carico, la tensione ha sempre lo stesso segno.
- Dal grafico si può nuovamente misurare la tensione di ginocchio.

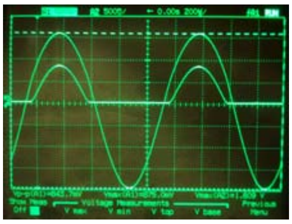




Raddrizzatore
a una semionda

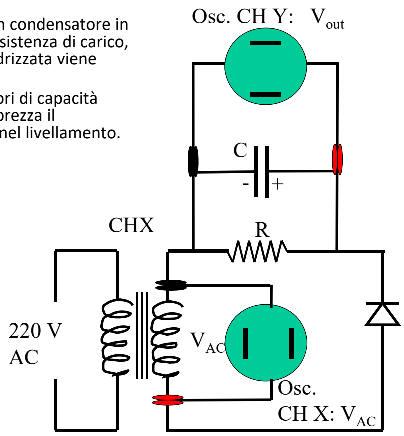


V_{pp}=12V
R=10kΩ
R_G=50Ω

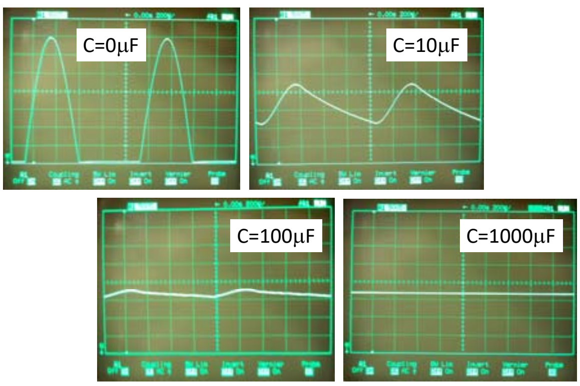


V_{pp}=4V
R=100Ω
R_G=50Ω

- Aggiungendo un condensatore in parallelo alla resistenza di carico, la tensione raddrizzata viene livellata.
- Con condensatori di capacità crescente si apprezza il miglioramento nel livellamento.



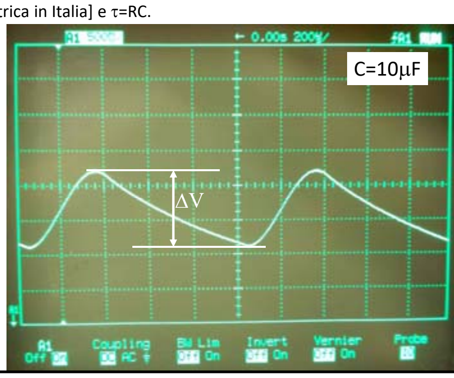
Livellamento
con condensatore in parallelo al carico (R=100Ω)

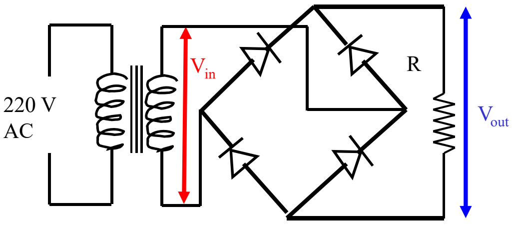


Negli intervalli di tempo in cui il diodo è polarizzato inversamente, il condensatore si scarica sulla resistenza di carico. Si può verificare che la scarica segue la legge

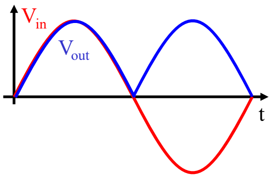
$$V(t) = V_o e^{-t/\tau}$$

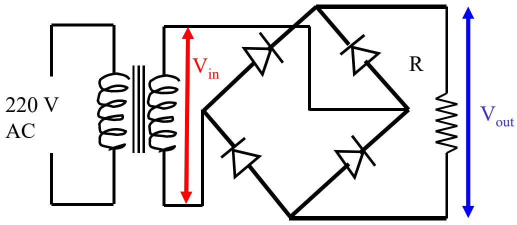
E quindi verificare che la caduta di tensione tra una carica e la successiva (ripple) è pari a $\Delta V(t) = V_o[1-e^{-T/\tau}]$ dove T è il periodo dell’onda sinusoidale [1/(50Hz) per la rete elettrica in Italia] e τ=RC.



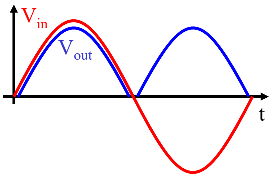


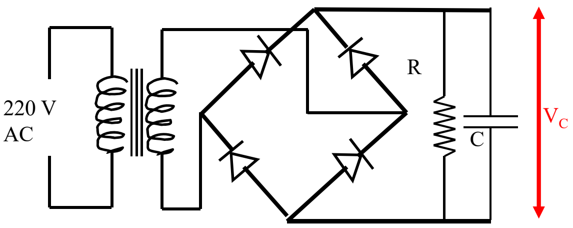
- Collegando poi il trasformatore e la resistenza a 4 diodi in configurazione a ponte, si realizza il raddrizzatore a doppia semionda.
- Con l'oscilloscopio si può visualizzare V_{out}, oppure V_{in}, ma non si possono visualizzare simultaneamente, dato che i due ground dei due ingressi dell'oscilloscopio sono collegati insieme.



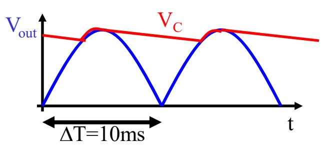


- Collegando poi il trasformatore e la resistenza a 4 diodi in configurazione a ponte, si realizza il raddrizzatore a doppia semionda.
- Con l'oscilloscopio si può visualizzare V_{out}, oppure V_{in}, ma non si possono visualizzare simultaneamente, dato che i due ground dei due ingressi dell'oscilloscopio sono collegati insieme.



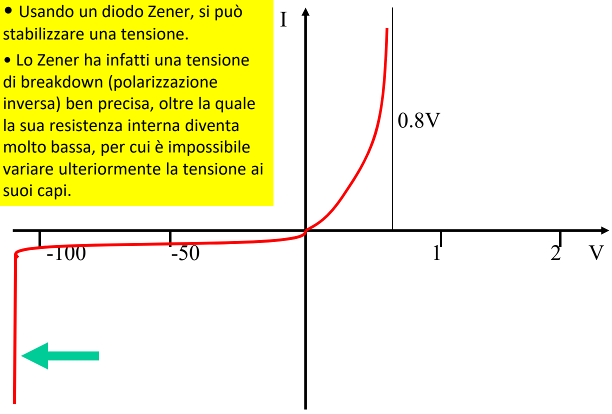


- Aggiungendo poi un condensatore di elevata capacità (C=100 μF) si livella il segnale in uscita, ottenendo una tensione continua con un piccolo «ripple»
- Si può misurare il ripple con l'oscilloscopio.



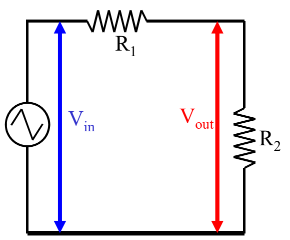
Stabilizzatore di tensione con Zener

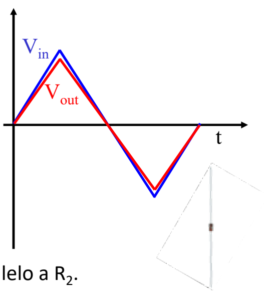
- Usando un diodo Zener, si può stabilizzare una tensione.
- Lo Zener ha infatti una tensione di breakdown (polarizzazione inversa) ben precisa, oltre la quale la sua resistenza interna diventa molto bassa, per cui è impossibile variare ulteriormente la tensione ai suoi capi.



Stabilizzatore di tensione con Zener

- Per rendersi conto dell'azione stabilizzatrice dello Zener BZX55C, si costruisce un partitore come in figura, e si collega al generatore di funzioni, selezionando un'onda triangolare o una rampa.
- Si usi R_2>>R_1 (es 100kΩ e 2.2kΩ): la tensione in uscita sarà leggermente inferiore a quella d'ingresso.

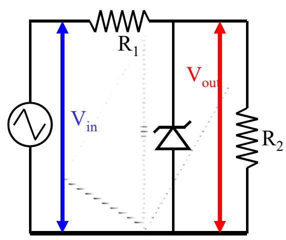


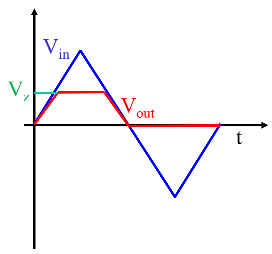


- Si aggiunga poi il diodo zener in parallelo a R_2.

Stabilizzatore di tensione con Zener

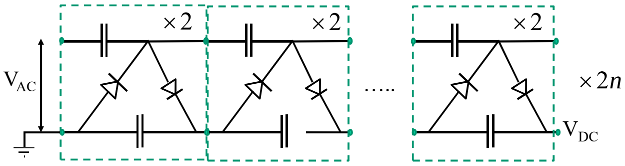
- Se di ampiezza sufficiente, il segnale di uscita V_{out} viene tagliato, nella parte positiva (cioè quando lo Zener è polarizzato inversamente), alla tensione di breakdown dello zener V_z , che può così essere misurata.





Moltiplicatore di tensione

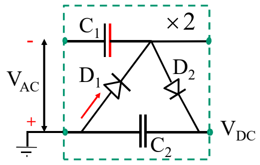
- Usando una tensione alternata e dei diodi si possono pompare cariche in un condensatore, e impedire che si scarichi per la stessa via, ottenendo in più cicli di carica una tensione continua ai capi del condensatore più elevata dell'ampiezza della tensione alternata disponibile.
- Il circuito, detto moltiplicatore di Greinacher, è fatto così:



- Analiziamo il funzionamento di un singolo stadio duplicatore.

duplicatore di tensione

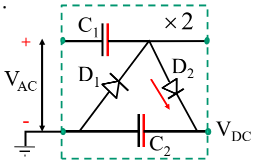
- Durante la prima semionda negativa della tensione alternata $V_{AC}(t)$=A sin(2πt/T) , il capo basso del condensatore C_1 viene portato alla tensione –A rispetto a massa, mentre il capo alto viene portato attraverso diodo D_1 alla tensione -V_d rispetto a massa, (qui V_d è la caduta di tensione per polarizzazione diretta del diodo, 0.8V per i diodi al Si).



- Quindi il condensatore C_1 è caricato alla tensione A-V_d attraverso il diodo D_1 .

duplicatore di tensione

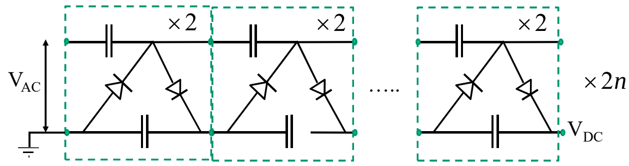
- Durante la semionda successiva della tensione alternata, che è positiva, il capo basso di C_1 si porta a +A, quindi aumenta il suo potenziale rispetto a massa di 2A; inoltre C_1 non può scaricarsi, perché il diodo D_1 è ora polarizzato inversamente. Quindi il capo alto di C_1 , che era a -V_d , si porta a 2A-V_d . Di conseguenza, attraverso D_2, C_2 si carica a V_{DC}=2A-2V_d .



- Data l'orientazione di D_2, C_2 non può scaricarsi nei cicli successivi, e rimane a V_{DC}=2A-2V_d. Di solito è A >> V_d , da cui il nome del circuito.
- Semmai si scarica su un eventuale carico posto tra l'uscita V_{DC} e massa. I cicli successivi riforniscono le eventuali cariche perse.

Moltiplicatore di tensione

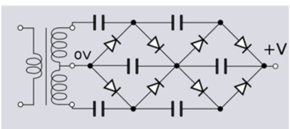
- Sequenziando diversi duplicatori, si ottiene un moltiplicatore.



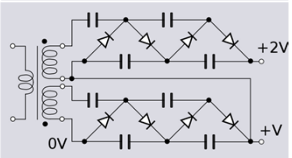
- Si possono ottenere così tensioni di migliaia di Volt, necessarie ad esempio per accelerare gli elettroni in un fotomoltiplicatore o in un tubo a raggi catodici.
- Nel primo caso, è utile avere una scala di tensioni intermedie da applicare ai dinodi successivi, che viene prodotta dai diversi stadi del moltiplicatore, senza bisogno di un partitore che dissiperebbe parecchia energia.
- Siccome i condensatori vengono caricati solo durante metà del periodo, la tensione applicata al carico diminuisce durante l'altra metà del periodo, c'è quindi un ripple notevole, che si può minimizzare aumentando le capacità e/o la frequenza di V_{AC}.
- Oppure usando moltiplicatori a doppia semionda come i seguenti :

Moltiplicatori di tensione

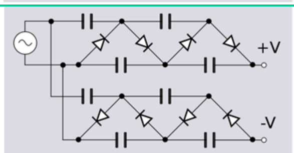
Usando un trasformatore con secondario con presa centrale si possono realizzare moltiplicatori a doppia semionda, con ripple inferiore.



E anche connettere in serie due moltiplicatori standard per duplicare la tensione prodotta

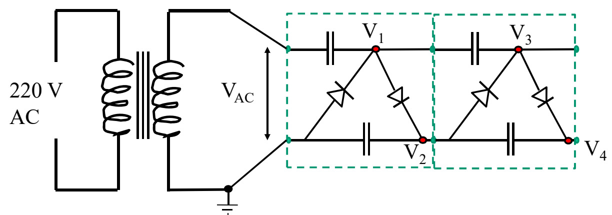


Si possono anche realizzare simultaneamente alte tensioni positive e negative da un trasformatore a secondario singolo :



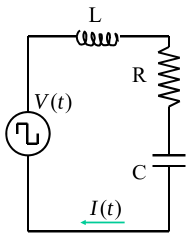
Moltiplicatore di tensione

- Nell' esperienza si useranno 4 diodi 1N4148 e 4 condensatori da 1μF, collegandoli all'uscita a 12V del trasformatore secondo lo schema sotto.
- Si visualizzerà sull'oscilloscopio la tensione rispetto a massa nei punti 1,2,3,4, verificando la validità delle formule precendenti.
- Dalla differenza tra 4A e V_4 si stimerà V_d.



Esperienza del 16/5/2018
Circuito RLC con segnali impulsivi

- Lo scopo dell'esperienza è verificare il comportamento *sottosmorzato*, *criticamente smorzato, e sovrasmorzato* dei circuiti RLC serie quando il segnale in ingresso è un impulso ad **onda quadra**.
- Un breve richiamo di quanto abbiamo già dimostrato :
- siccome l'eccitazione non è sinusoidale, non si possono usare le impedenze per risolvere il circuito.
- si scrive l'equazione della maglia, tenendo conto delle relazioni tra corrente e tensione per i diversi componenti (R, L, C): $V(t) = L\frac{dI}{dt}(t) + RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$
- derivando rispetto a t si ottiene:
- equazione differenziale lineare del secondo ordine, valida per qualsiasi V(t). $\frac{dV}{dt} = L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C}$



$$\frac{dV}{dt} = L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C}$$

- L'equazione è non omogenea. La soluzione è la somma dell' integrale generale dell' omogenea più un integrale particolare della disomogenea.

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$ Omogenea associata

- Fisicamente la soluzione dell' omogenea corrisponde al comportamento transitorio iniziale; a regime vale l' integrale particolare.

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$

- La soluzione dell' omogenea è del tipo

$$I(t) = I_1 e^{k_1 t} + I_2 e^{k_2 t}$$

- Con I_1 e I_2 costanti da determinare dalle condizioni iniziali e k_1 e k_2 soluzioni dell' equazione caratteristica:

$$Lk^2 + Rk + \frac{1}{C} = 0$$

- quindi

$$k_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

- ponendo $a = \frac{R}{2L}$ $b = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$
- e definendo $\gamma = \frac{R}{L}$ $\frac{1}{LC} = \omega_o^2$
- si trova la soluzione $\boxed{I(t) = I_1 e^{-(a-b)t} + I_2 e^{-(a+b)t}}$
- La quantità *b* può essere reale, nulla, o immaginaria, a seconda che sia:

Soluzione complessiva per *Q(0)=q$_o$, I(0)=0*

$$\begin{cases} \frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \\ \frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC} \\ \frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \end{cases}$$

b reale e positivo, caso sovrasmorzato $I(t) = -\frac{q_o\omega_o^2}{2b}e^{-at}\{e^{bt} - e^{-bt}\}$

b nullo, caso criticamente smorzato $I(t) = -q_o\omega_o^2 te^{-at}$

b immaginario, caso sottosmorzato, dove $\alpha = \frac{R}{2L}$ $\beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ $I(t) = -\frac{q_o\omega_o^2}{\beta}e^{-\alpha t}sen(\beta t)$

- Nell'esperienza osserveremo con l'oscilloscopio la tensione ai capi del resistore, variando il valore di R per ottenere i tre comportamenti. Infatti per avere ad esempio il caso sovrasmorzato dovremo avere

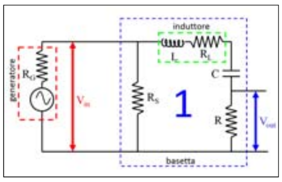
$$\frac{R_{tot}^2}{4L^2} > \frac{1}{LC} \quad \rightarrow \quad R_{tot} > \frac{2L}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad R_{tot} > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

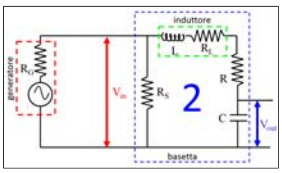
- dove R_{tot} rappresenta la resistenza totale presente nel circuito RLC serie, e quindi $R_{tot} = R_G^s + R_L + R$
- Noi lasceremo R_G^s e R_L costanti, e varieremo R, la resistenza ai capi della quale misureremo la tensione. Otterremo quindi nei tre casi:

$$R > 2\sqrt{L/C} \rightarrow V(t) = RI(t) = -R\frac{q_o\omega_o^2}{2b}e^{-at}\{e^{bt} - e^{-bt}\}$$
$$R = 2\sqrt{L/C} \rightarrow V(t) = RI(t) = -Rq_o\omega_o^2 te^{-at}$$
$$R < 2\sqrt{L/C} \rightarrow V(t) = RI(t) = -R\frac{q_o\omega_o^2}{\beta}e^{-\alpha t}sen(\beta t)$$

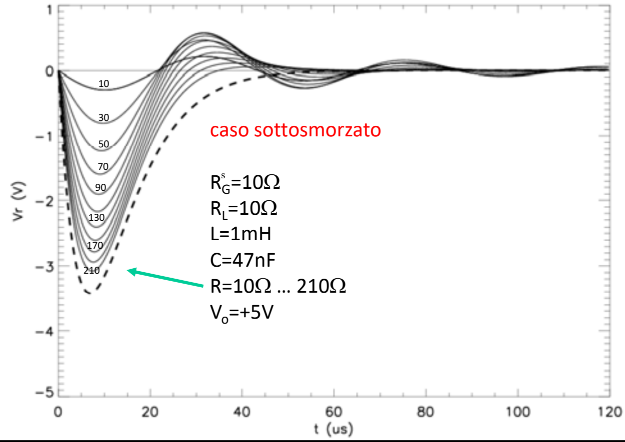
Esperienza del 16/5/2018
Circuito RLC con segnali impulsivi

- Lo scopo dell'esperienza è verificare il comportamento sottosmorzato, criticamente smorzato e sovrasmorzato dei circuiti RLC serie visibili a fianco, quando il segnale in ingresso è un impulso ad onda quadra.
- All'inizio dell'esperienza (circuito 1, uscita ai capi della resistenza) si sostituirà la resistenza R con un potenziometro (resistenza variabile) e si osserverà sull'oscilloscopio, all'aumentare del valore di R, il passaggio dal regime oscillatorio sottosmorzato a quello impulsivo sovrasmorzato.
- Le forme d'onda che si osserveranno sono le seguenti.

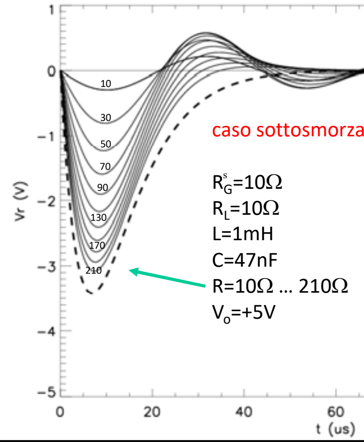




1 - Uscita ai capi del resistore R

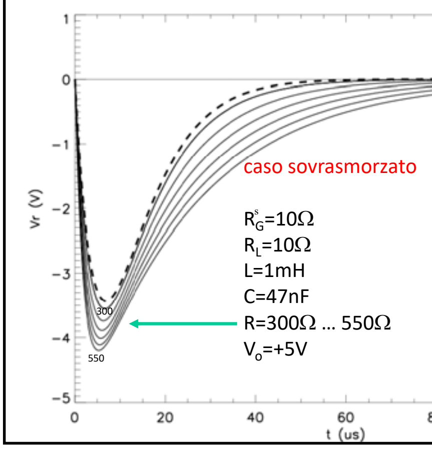


1 - Uscita ai capi del resistore R



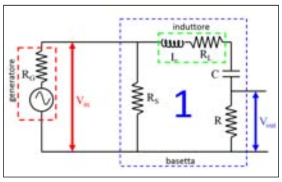
All'aumentare di R si passa da un regime oscillatorio a un regime sempre più impulsivo, aumentando via via l'ampiezza dell'impulso, fino al caso criticamente smorzato (linea tratteggiata).

1 - Uscita ai capi del resistore R



Aumentando ulteriormente R si oltrepassa il caso criticamente smorzato e si passa al regime sovrasmorzato, aumentando l' ampiezza e la larghezza dell' impulso.

Esperienza del 31/5/2017
Circuito RLC con segnali impulsivi

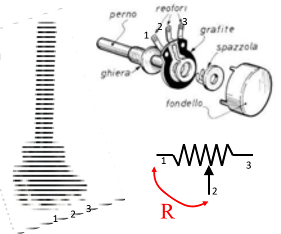


- Il caso criticamente smorzato si ottiene quando le due soluzioni dell'equazione caratteristica sono coincidenti, cioè quando

$$\frac{R_{tot}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad R_{tot} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

- E quindi

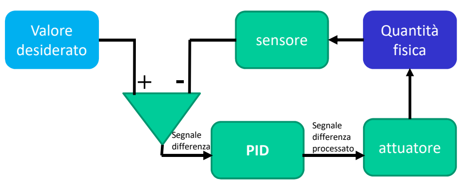
$$R = R_{tot} - R_G^s - R_L = 2\sqrt{\frac{L}{C}} - R_G^s - R_L$$



- Si ruota l'asse del potenziometro finchè non si visualizza sull'oscilloscopio un impulso di minima durata e senza ulteriori oscillazioni: questa sarà la condizione di smorzamento critico. Senza muovere l'asse, si scollega il potenziometro dal circuito e se ne misura la resistenza R, controllando che coincida entro gli errori con quello dato dalla formula sopra. Conviene rifare più volte la procedura, per stimare l'incertezza su R.

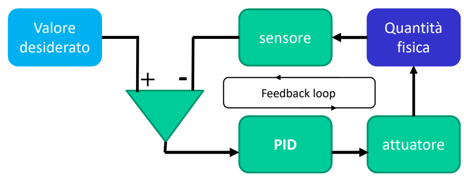
Nota : Importanza del caso criticamente smorzato

- La risposta criticamente smorzata è quella che arriva al valore di regime più rapidamente, senza però introdurre oscillazioni.
- E' importante ottenerla nei **sistemi di controllo**, nei quali uno o più sensori misurano una quantità fisica, ed il loro segnale viene utilizzato, processandolo opportunamente, per regolarla in tempo reale.
- Il segnale del sensore viene confrontato con il segnale desiderato, e la differenza tra i due viene processata introducendo una componente **P**roporzionale (amplificazione), una **I**ntegrale, una **D**ifferenziale (PID). Il segnale differenza, processato PID, viene utilizzato per azionare un attuatore, che regola la quantità fisica di interesse finchè il suo valore non è pari a quello desiderato (a quel punto la differenza si annulla e l'attuatore si ferma).



Nota : Importanza del caso criticamente smorzato

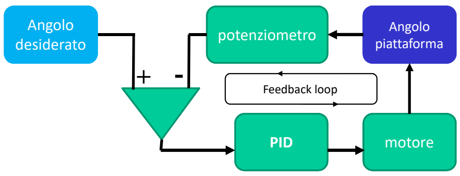
- Questo sistema di controllo è un tipo di **feedback loop** (**anello di retroazione**), perché la quantità che si vuole regolare, che è una uscita del sistema, viene riutilizzata, misurata dal sensore, per la regolazione della stessa. Viene rimandata indietro, in pasto al regolatore (feedback). La retroazione viene usata comunemente in moltissimi circuiti e sistemi, come si vedrà dopo.



- In questo ed in moltissimi altri casi è importante che **la risposta del segnale del sensore processato sia più veloce possibile, ma senza oscillazioni**. Si deve quindi ottenere un segnale di ingresso all'attuatore processato in modo da realizzare la condizione di **smorzamento critico**.

Nota : Importanza del caso criticamente smorzato

- Ad esempio: un potenziometro (sensore) viene ruotato dal movimento di una piattaforma girevole, quindi la sua resistenza misura l'angolo di rotazione della piattaforma (osservabile). Il segnale proveniente dal potenziometro viene confrontato con quello desiderato. Il segnale differenza viene processato PID ed utilizzato per comandare il motore (attuatore) che fa ruotare la piattaforma, variandone l'angolo in modo da arrivare all'angolo di rotazione voluto, e in modo da reagire ad eventuali perturbazioni esterne che lo farebbero variare.



- Il segnale processato PID deve avere **smorzamento critico** in modo da arrivare all'angolo desiderato il più velocemente possibile, evitando però oscillazioni della piattaforma.

Nota : Importanza del caso criticamente smorzato

- Altro esempio: la lancetta del tester analogico, con la sua molla di richiamo, è un oscillatore meccanico smorzato, che deve essere utilizzato in regime di **smorzamento critico** per raggiungere la posizione di equilibrio nel più breve tempo possibile, senza oscillarci intorno, per leggere il risultato della misura nel più breve tempo possibile.

Esperienza del 31/5/2017 : Circuito RLC con segnali impulsivi

- Nella seconda parte dell'esperienza RLC si studia la tensione ai capi del condensatore, in regime sottosmorzato.
- Se consideriamo l'equazione omogenea per la carica (lezione 8):

$$0 = L\frac{dI}{dt}(t) + RI(t) + \frac{Q(t)}{C} \rightarrow 0 = L\frac{d^2Q}{dt^2}(t) + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q(t)}{C}$$

$$\rightarrow \frac{d^2Q}{dt^2} + \gamma\frac{dQ}{dt} + \omega_o^2 Q = 0$$

- L'equazione caratteristica e le sue soluzioni sono

$$\alpha^2 + \gamma\alpha + \omega_o^2 = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_o^2}$$

- E quindi, nel caso sottosmorzato

smorzamento

$$Q = Q_o e^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos\omega_1 t \rightarrow V_C(t) = \frac{Q_o}{C} e^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos\omega_1 t$$

pseudoperiodo

Carichiamo il condensatore fino a Q
e chiudiamo il circuito al tempo t = 0

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} + L\frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \gamma\frac{dQ}{dt} + \omega_o^2 Q = 0$$

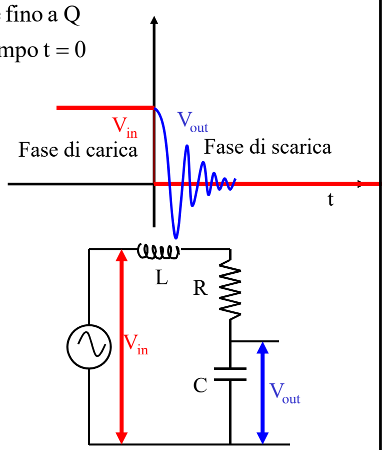
dove

$\gamma = R/L$ e $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$

l'equazione caratteristica è

$$\alpha^2 + \gamma\alpha + \omega_o^2 = 0$$

$$\alpha = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_o^2}$$



$$\alpha = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_o^2}$$

se il radicando è positivo, la soluzione è la somma di due esponenziali decrescenti : soluzione sovrasmorzata

se il radicando è nullo, soluzione a smorzamento critico

se il radicando è negativo, soluzioni complesse coniugate :

Scegliendo i componenti per avere Il radicando negativo

$$\alpha_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} \pm j\omega_1 \qquad \text{con} \quad \omega_1^2 = \omega_o^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2$$

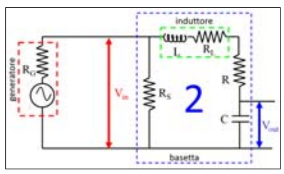
ω_1 è detto pseudoperiodo;

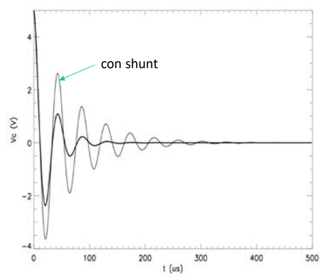
la soluzione è $\boxed{Q = Q_o e^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos\omega_1 t}$

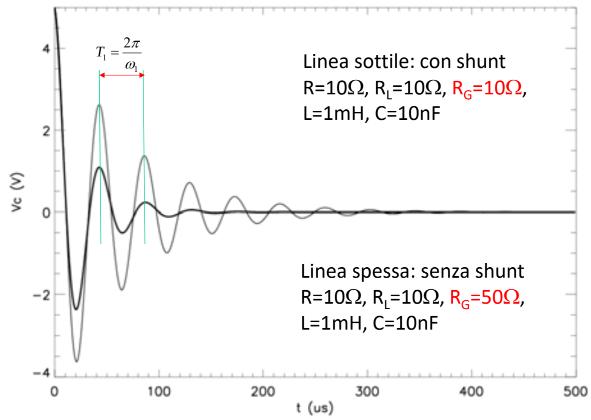
La tensione che si misura è *V=Q/C*

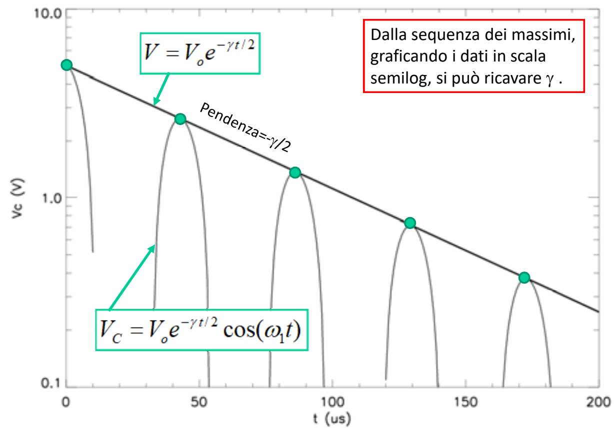
Esperienza del 31/5/2017
Circuito RLC con segnali impulsivi

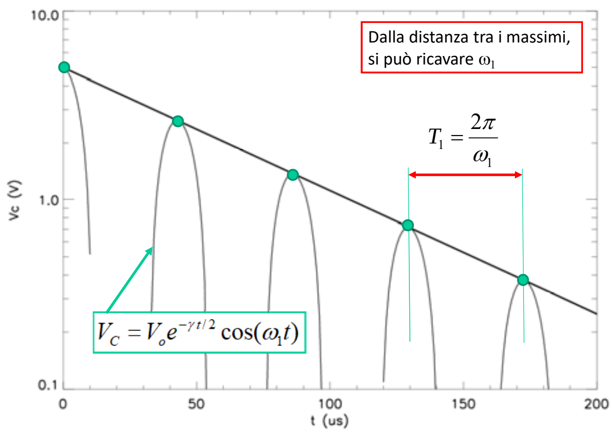
- Nella seconda parte dell'esperienza (circuito 2, con uscita ai capi del condensatore, che si ottiene dal precedente scambiando condensatore e resistore) si lavorerà in regime sottosmorzato, inserendo al posto del potenziometro R una resistenza fissa da 10Ω.
- Scopo di questa parte è la misura dello smorzamento e dello pseudo-periodo.
- Si visualizzerà l' oscillazione smorzata, ottimizzando le impostazioni dell'oscilloscopio per riempire il più possibile lo schermo.
- Si prenderanno poi tempi e ampiezze dei massimi successivi dell'oscillazione.





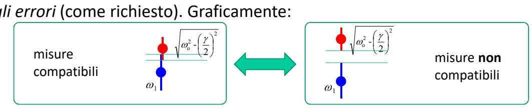






Nota sulla misura dello smorzamento

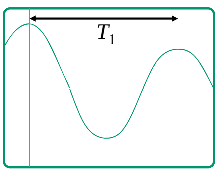
- Nell' esperienza di oggi si chiede di verificare se, entro gli errori, valga la relazione
$$\omega_1^2 = \omega_o^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2$$
- Le tre quantità sono misurate indipendentemente, col loro errore :
  - ω_1 è ricavato dallo pseudoperiodo T_1 dell'oscillazione smorzata: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$
  - ω_o è quello ricavato dall'esperienza precedente (se i componenti sono gli stessi, oppure è ricavato dalle misure di L e C come $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$
  - γ è ricavato dalla pendenza del grafico dei massimi (e dei minimi) in funzione del tempo
- Quando si fa il confronto, si devono usare gli errori. Senza non ha senso il confronto. Cioè ci si deve chiedere se le due quantità siano compatibili *entro gli errori* (come richiesto). Graficamente:

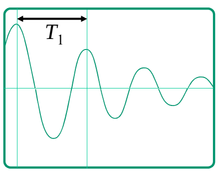


- Se si volesse effettuare un confronto più rigoroso, si dovrebbe assegnare un errore *statistico* alle quantità, e poi effettuare un test di compatibilità [confronto M_1-M_2 vs $(\sigma_1^2+\sigma_2^2)^{1/2}$]. Non è il caso delle nostre misure, per le quali abbiamo solo stabilito un errore massimo. Quindi basta effettuare la semplice verifica illustrata sopra: $M_1-M_2 < E_1+E_2$?

Nota sulla misura dello smorzamento

- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Nel caso della **misura di ω_1** lo pseudoperiodo T_1 viene misurato sull'oscilloscopio. Se si riesce ad allargare la scala dei tempi fino a visualizzare *solo uno* pseudoperiodo dell'onda smorzata, questo riempirà circa 10 quadretti, e l'errore nella determinazione dei due massimi sarà di 0.2 quadretti, e quindi l'errore complessivo (massimo) sarà (0.2+0.2)/10=4%. Quindi $\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} = \frac{\Delta T_1}{T_1} = 4\%$
- Ovviamente se non si riempie la schermata con un solo pseudoperiodo, ma se ne visualizzano 3 o 4, l'errore aumenta dello stesso fattore, e può tranquillamente raggiungere il 15% o più.



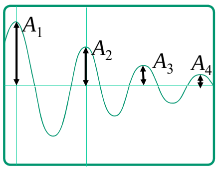


Nota sulla misura dello smorzamento

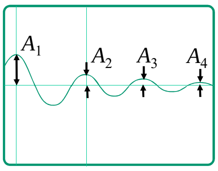
- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Nel caso della **misura di ω_o** :
- Primo metodo : si misurano L e C con il ponte MITEK (con errore dell'ordine del 6-7% sia su L che su C), e si calcola
$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \frac{\Delta\omega_o}{\omega_o} = \frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L} + \frac{1}{2}\frac{\Delta C}{C}$$
per cui l'errore che ci si aspetta su ω_o è dell'ordine del 6-7%
- Secondo metodo : si misura la funzione di trasferimento e si trova il massimo dell'ampiezza o lo zero dello sfasamento (esperienza numero 4): anche qui l'errore è dell'ordine del 5% .

Nota sulla misura dello smorzamento

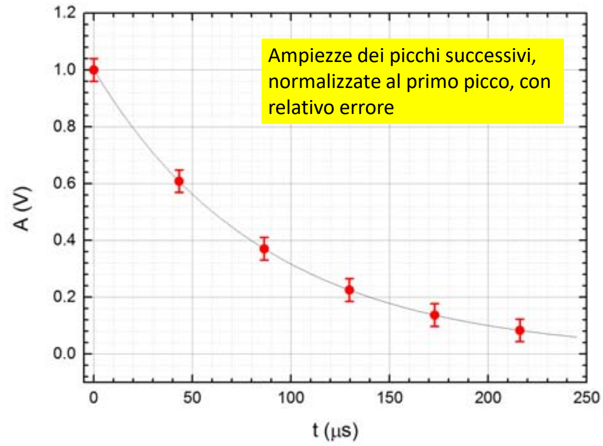
- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Nel caso della **misura di** γ :
- Si misura l'ampiezza dei massimi successivi. Se si utilizza un segnale abbastanza grande (1V) e si riempie la dinamica verticale dell' oscilloscopio, la misura può essere fatta con errore dell'ordine di 40 mV, quindi di circa il 4% per il primo picco, **e a crescere per i picchi successivi**. Se non si riempie la dinamica, l' errore rimane di 40 mV ma l'errore percentuale aumenta !

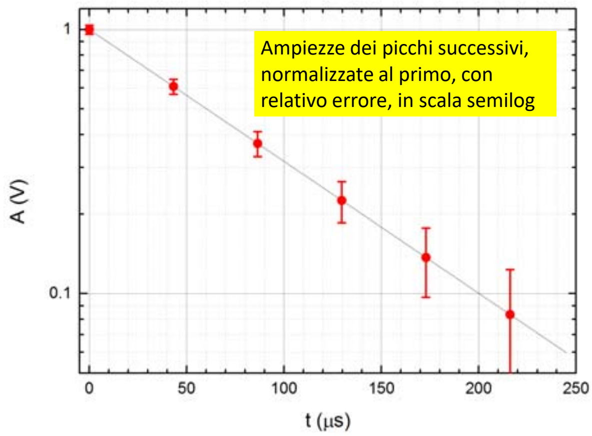


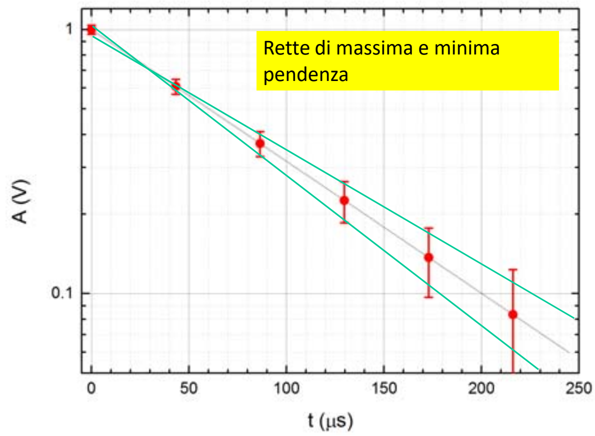
Qui l'errore percentuale è quello nominale

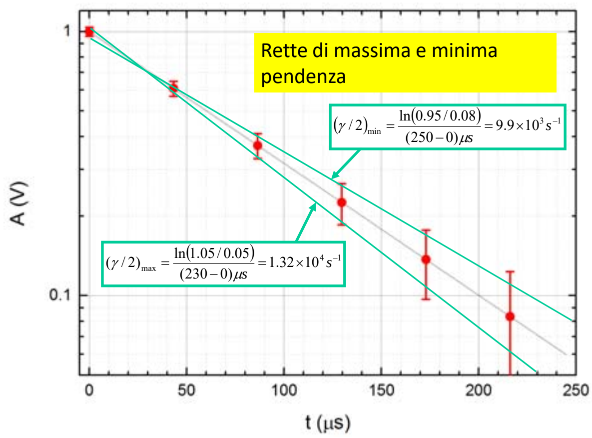


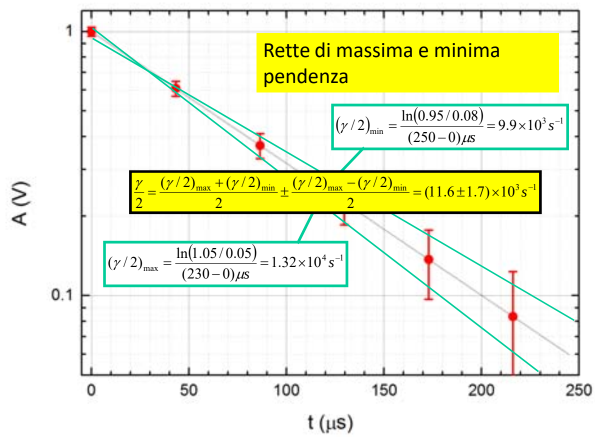
Qui l'errore percentuale è il doppio !





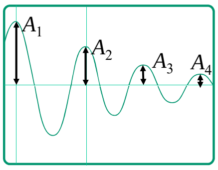




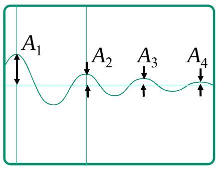


Nota sulla misura dello smorzamento

- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Nel caso della **misura di** γ :
- Si misura l'ampiezza dei massimi successivi. Se si utilizza un segnale abbastanza grande (1V) e si riempie la dinamica verticale dell' oscilloscopio, la misura può essere fatta con errore dell'ordine di 40 mV, quindi di circa il 4% per il primo picco, **e a crescere per i picchi successivi**. Se non si riempie la dinamica, l' errore rimane di 40 mV ma l'errore percentuale aumenta !



Qui l'errore percentuale è quello nominale



Qui l'errore percentuale è il doppio !

- Quindi, l' errore percentuale su (γ/2) è dell'ordine del 15% se si fanno le cose per bene.

Nota sulla misura dello smorzamento

- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Tornando alla stima della compatibilità, ci aspettiamo quindi:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{47\times10^{-9}\cdot 1\times10^{-3}}}\frac{rad}{s} = 146000\frac{rad}{s} \quad ; \quad \frac{\Delta\omega_o}{\omega_o} = 6\% \quad \rightarrow \quad \omega_o = (146\pm9)\times10^3\frac{rad}{s}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{43.2}\frac{rad}{\mu s} \quad ; \quad \frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} = 4\% \quad \rightarrow \quad \omega_1 = (145\pm6)\times10^3\frac{rad}{s}$$

$$\frac{\gamma}{2} = (11.6\pm1.7)\times10^3 s^{-1}$$

- Quindi γ/2 è talmente piccolo rispetto a ω_1 e ω_o che ω_1 e ω_o sono quasi uguali: sono in realtà uguali entro gli errori di misura aspettati.
- Quindi è impossibile determinare γ/2 dalla differenza tra le due. Se lo si fa, infatti, si trova

$$\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\omega_1^2-\omega_o^2} \quad ; \quad \Delta\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\omega_o\Delta\omega_o+\omega_1\Delta\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2-\omega_o^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma}{2} = (10\pm200)\times10^3\ s^{-1}$$

- Il che dimostra che non è una buona idea cercare di misurare una quantità piccola come differenza di quantità molto più grandi !
- Ma non inficia la compatibilità tra le due stime di ω_1

Nota sulla misura dello smorzamento

- Per le misure di ω_1 , ω_o , γ , gli errori non sono piccoli.
- Tornando alla stima della compatibilità:
- Da una parte

$$\omega_{1A} = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{43.2}\frac{rad}{\mu s} \quad ; \quad \frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} = 4\% \quad \rightarrow \quad \omega_{1A} = (145\pm6)\times10^3\frac{rad}{s}$$

- D'altra parte

$$\omega_{1B} = \sqrt{\omega_o^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} = \sqrt{146^2-11.6^2}\times10^3\frac{rad}{s} = 145\frac{rad}{s}$$

$$\Delta\omega_{1B} = \frac{\omega_o\Delta\omega_o + (\gamma/2)\Delta(\gamma/2)}{\sqrt{\omega_o^2-(\gamma/2)^2}} = 9\times10^3\frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \omega_{1B} = (145\pm9)\times10^3\frac{rad}{s}$$

- Quindi ci si aspetta che se le misure sono fatte bene, la differenza tra i due valori di ω_1 stimati nei due modi sia inferiore a $15\text{x}10^3$ rad/s.
- Se questo succede, le due stime sono compatibili.