

## 2. PROPRIETÀ E TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA

### 2.1. Aria Atmosferica

L'aria atmosferica é costituita da un insieme di componenti gassosi ( $N_2$ ,  $O_2$ , Ar,  $CO_2$ , Ne, He, ...) e da altre sostanze che possono presentarsi in fase di aeriforme (fumi) o come particolato solido in sospensione (polveri, polluzioni,...). Per motivi di opportunità, vista la estrema variabilità delle condizioni e dei componenti, lo studio delle trasformazioni termodinamiche cui sottoporre l'aria atmosferica necessita di alcune semplificazioni che consentono poi di definire modelli termodinamici di pratica utilizzazione. Si definisce come aria secca: l'aria atmosferica una volta che siano stati rimossi tutti i contaminanti ed eliminato il vapor d'acqua. Per aria umida si intende una miscela costituita da aria secca e vapor d'acqua.

### 2.2. Composizione dell'aria secca

L'aria secca risulta, quindi, una miscela di gas la cui composizione é relativamente costante in zone aperte, lontano da possibili sorgenti di contaminanti come le città, gli scarichi civili, automobilistici ed industriali. In Harrison (1965a) sono riportati i costituenti ordinari dell'aria secca e la sua composizione ottenuta sulla base dei risultati di analisi chimiche effettuate in tempi e luoghi diversi del nostro pianeta. In particolare, per quanto riguarda il contenuto di ossigeno ed anidride carbonica, si assume che la loro somma abbia valore costante e pari al 20.979% del volume della miscela di gas. Il valore del contenuto di anidride carbonica riportato in Tabella 2-1 rappresenta il valor medio misurato in atmosfera libera per altitudini comprese tra 1 e 6 km in modo da ottenere variazioni giornaliere e annuali trascurabili rispetto a quelle riscontrabili nelle zone più vicine alla superficie terrestre. Infatti, il valore medio così ottenuto risulta essere più stabile nel tempo del corrispondente valore ottenuto nelle vicinanze della superficie terrestre, in quanto il contenuto di anidride carbonica negli strati più bassi viene a dipendere fortemente dallo stato della vegetazione, dal vento e dalla distanza del luogo di rilevazione da città e mari. Il valore adottato da Harrison per il contenuto di anidride carbonica é pari a 0.0314 e risulta essere in buon accordo con le rilevazioni sperimentali pubblicate da Keeling (1960) e Bischof (1962), queste ultime ottenute con aerei in volo ad una quota variabile tra 1 e 6 km. In accordo con l'assunzione che la somma del contenuto di ossigeno e anidride carbonica sia costante, il contenuto di ossigeno nell'aria secca risulta, quindi, a sua volta costante e pari a:  $(20.979-0.0314)=20.9476\%$  del volume.

La massa molare dell'aria secca, sulla base della scala basata sul carbonio-12 vale 28.9645 mentre la corrispondente costante del gas é pari a:

$$R_a = 8314.41 / 28.9645 = 287.055 \text{ J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1} \quad (2.1)$$

Tabella 2-1 – Composizione standard dell'aria secca

Gas	Contenuto (% vol.)	Variabilità del contenuto	Massa Molare Scala Carbonio 12
Azoto (N2)	78.084	-	28.0134
Ossigeno (O2)	20.9476	-	31.9988
Argon (Ar)	0.934	-	39.948
Anid. Carb. (CO2)	0.0314	significativa	44.00995
Neon (Ne)	0.001818	-	20.183
Elio (He)	0.000524	-	4.0026
Krypton (Kr)	0.000114	-	83.80
Xenon (Xe)	0.0000087	-	131.30
Idrogeno (H2)	0.00005	non precisata	2.01594
Metano (CH4)	0.00015	significativa	16.04303
Ossido Azoto (N2O)	0.00005	-	44.0128
Ozono (O3)	0 a 0.000007 estate 0 a 0.000002 inverno	significativa significativa	47.9982 47.9982
Anid. Solf. (SO2)	0 a 0.0001	significativa	64.0628
Bioss. Azoto (NO2)	0 a 0.000002	significativa	46.0055
Ammoniaca (NH3)	0 a tracce	significativa	17.03061
Ossido Carb. (CO)	0 a tracce	significativa	28.01055
Iodio (I2)	0 a 0.000001	significativa	253.8088
Radio (Rn)	6 10-18	non precisata	*

\* Il Radio é un elemento radioattivo. Sono noti più isotopi con un massa molare variabile.

### 2.2.1. Variabilità del contenuto di anidride carbonica nell'atmosfera terrestre

L'anidride carbonica risulta essere per gli esseri viventi, dal punto di vista fisiologico, uno dei componenti più importanti dell'aria inspirata. Gli scambi respiratori dei gas avvengono attraverso l'epitelio dell'alveolo polmonare e l'endotelio dei capillari sanguigni proprio a causa della differenza di tensione tra il gas presente nel sangue e quello contenuto nell'aria alveolare. In particolare, la tensione dell'anidride carbonica presente nel sangue venoso deve risultare superiore alla tensione di CO<sub>2</sub> nell'aria alveolare (il contrario accade in corrispondenza delle cellule dei tessuti). Per questo motivo la percentuale di anidride carbonica presente nell'aria espirata (valore indicativo del 4%) risulta essere notevolmente superiore alla corrispondente percentuale di anidride carbonica contenuta nell'aria inspirata. Inoltre, l'anidride carbonica non risulta nociva, per la salute umana, fino ad un contenuto massimo del 3% (valore massimo di progetto ammesso per i rifugi antiatomici), valore al di sopra del quale il respiro comincia a diventare necessariamente più profondo. Se il valore oltrepassa il 6% si verifica la perdita di coscienza e, quindi, la morte.

Sebbene il valore rilevato a livello del mare del contenuto di anidride carbonica presenti variazioni rilevanti in funzione della località e delle condizioni meteorologiche, il corrispondente valore riferito all'atmosfera può essere

considerato pressoché costante o, comunque, tale da presentare variazioni trascurabili.

Numerosi studi rivelano che il contenuto di anidride carbonica nell'aria a livello del mare risulta avere una tendenza positiva nell'ultimo secolo (Keeling (1960), Bischof (1962)). Incremento che é probabilmente dovuto alla combinazione di più concause, tra le quali:

- a) l'aumento della quantità di combustibili fossili usati per trasformazioni energetiche (combustione);
- b) la deforestazione, dovuta sia a cause naturali (incendi) che a cause legate all'incremento demografico ed industriale (piogge acide, coltivazione delle terre,...);
- c) la diminuzione del contenuto di anidride carbonica nei terreni anch'essa legata ai motivi sopra citati;
- d) la diminuzione del contenuto di anidride carbonica negli oceani a causa dell'aumento di temperatura dell'intero pianeta.

Da rilevazioni sperimentali effettuate nelle zone temperate dell'emisfero nord si evince che il contenuto di anidride carbonica a livello del mare subisce variazioni annuali dipendenti dallo stato della vegetazione (Feeling, 1960). In particolare, il valore minimo si verifica in corrispondenza della stagione estiva, il valore massimo durante la stagione invernale.

La concentrazione di anidride carbonica, come evidenziato in precedenza, aumenta nel contesto urbano, raggiungendo valori massimi in presenza di condizioni meteorologiche di alta pressione e di un'attività industriale elevata. In ogni caso la variazione del contenuto di anidride carbonica incide in maniera trascurabile sulla costante dell'aria secca  $R_a$ .

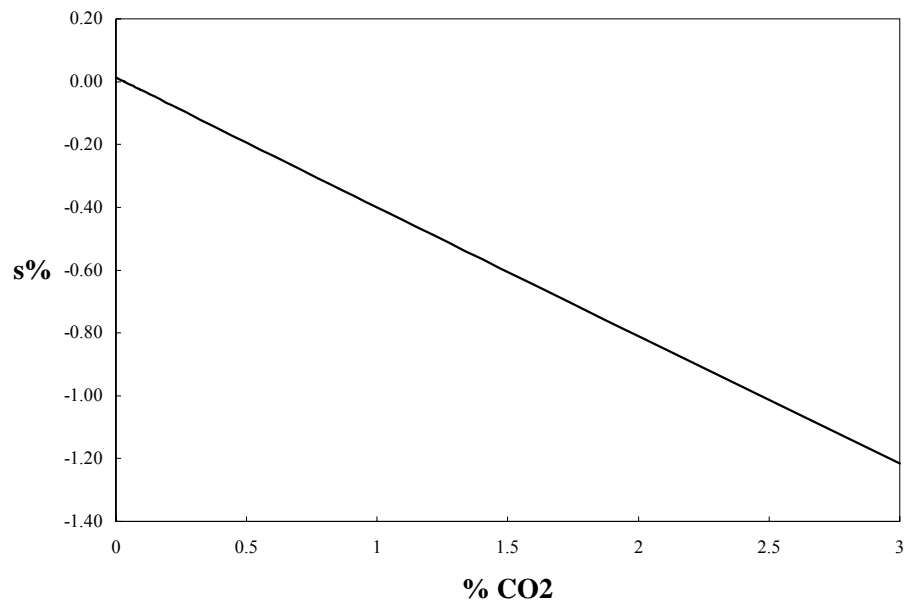


Figura 2-1 - Variazione percentuale della costante dell'aria al variare del contenuto di anidride carbonica

A tal fine, in Figura 2-1 viene riportata la variazione percentuale del valore di  $R_a$  valutata con la composizione convenzionale di Harrison e quella calcolata con composizioni diverse al variare del contenuto di anidride carbonica, mantenendo in ogni caso costante la somma del contenuto di ossigeno e biossido di carbonio.

Dalla Figura 2-1 si nota che solamente se il contenuto di anidride carbonica risulta abbastanza elevato (3%), l'errore che si commette nel calcolo della costante  $R_a$  dell'aria diventa apprezzabile (1.2%).

### **2.2.2. Variabilità del contenuto di vapor d'acqua nell'atmosfera terrestre**

La condizione di benessere termoigrometrico viene definita come quello stato psicofisico in cui un soggetto esprime soddisfazione nei riguardi del microclima (condizione in cui il soggetto non ha sensazione di caldo né di freddo). Tale condizione, complessa da individuare dal punto di vista analitico, dipende principalmente dalle seguenti variabili:

- l'abbigliamento e l'attività fisica del soggetto;
- la temperatura della pelle e la potenza termica dispersa per sudorazione (variabili fisiologiche);
- la velocità, la temperatura, l'umidità dell'aria e la temperatura media radiante (variabili ambientali).

In particolare, l'umidità dell'aria e, quindi, il suo contenuto di vapor d'acqua, riveste una notevole importanza per il raggiungimento della condizione di benessere termoigrometrico, in quanto condiziona fortemente la capacità traspirativa dell'individuo.

Di norma, il contenuto di vapor d'acqua può variare da 0.000002% fino al 4-5% del volume totale dell'aria atmosferica. I valori minimi sono stati riscontrati in corrispondenza di quote considerevoli o al di sopra della calotta antartica, generalmente in condizioni di temperature molto basse associate a flussi di aria discendenti dagli strati più alti dell'atmosfera. Al contrario, i valori massimi sono stati occasionalmente riscontrati nelle regioni subtropicali ed equatoriali durante la stagione calda in giornate afose presso località che presentano nelle vicinanze bacini d'acqua esposti alla radiazione solare che danno luogo a forte evaporazione.

Nelle zone temperate, comunque, il valor medio del contenuto di vapor d'acqua a livello del mare varia tra 1.0 e 1.5% del volume totale, anche se risulta essere fortemente dipendente dalle condizioni meteorologiche. Infatti, le masse di aria provenienti dalle zone caldo-umide trasportano elevati contenuti di vapor d'acqua verso le altre zone, mentre le masse di aria secca provenienti dalle regioni fredde ad elevata latitudine presentano ridotti contenuti di vapor d'acqua. In definitiva, la concentrazione del vapor d'acqua è funzione del tipo di aria in movimento sulla specifica località in esame.

### 2.3. Leggi della termodinamica

#### 2.3.1. Il modello di miscela di gas ideale.

Negli usuali problemi di trattamento termoigrometrico, l'aria umida è considerata costituita da due componenti gassosi indipendenti (aria secca e vapor d'acqua) per i quali è possibile applicare il modello di gas ideale. In tale ipotesi, per i due componenti risultano valide le seguenti equazioni di stato:

$$\begin{array}{ll} \text{Aria secca} & p_a V = n_a RT \\ \text{Vapor d'acqua} & p_w V = n_w RT \end{array} \quad (2.2)$$

dove  $p_a$  rappresenta la pressione parziale dell'aria secca,  $p_w$  la pressione parziale del vapor d'acqua,  $V$  il volume totale della miscela,  $n_a$  il numero di moli di aria secca,  $n_w$  il numero di moli di vapor d'acqua,  $R$  la costante universale dei gas ( $8.31441 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) e  $T$  la temperatura termodinamica della miscela.

#### 2.3.2. Legge di Dalton

La pressione totale  $P$  della miscela di aria umida è la somma delle pressioni parziali dei singoli componenti e dove si definisce pressione parziale di un componente generico in una miscela la pressione che il singolo componente eserciterebbe se occupasse l'intero volume occupato dalla miscela.

Pertanto nel caso della miscela aria umida si ha:

$$\begin{array}{l} P = p_a + p_w \\ n = n_a + n_w \end{array} \quad (2.3)$$

dove  $p$  è la pressione totale della miscela ed  $n$  rappresenta il numero totale di moli presenti nella miscela. In tal caso, anche per la miscela di gas ideali risulta valida la seguente equazione costitutiva:

$$(p_a + p_w) \cdot V = (n_a + n_w) \cdot RT \quad (2.4)$$

ovvero

$$pV = nRT \quad (2.5)$$

Le frazioni molari dell'aria secca e del vapor d'acqua, utilizzando le equazioni di gas ideali e la Legge di Dalton, si modificano come:

$$\begin{array}{ll} \text{aria secca} & x_a = \frac{n_a}{n} = \frac{p_a}{p} = \frac{P_a}{p_a + p_w} \\ \text{vapor d'acqua} & x_w = \frac{n_w}{n} = \frac{p_w}{p} = \frac{P_w}{p_a + p_w} \end{array} \quad (2.6)$$

Nel caso, quindi, di applicabilità del modello di gas ideale, la frazione molare del singolo componente costituente la miscela può essere valutata come rapporto tra la pressione parziale del componente e la pressione totale della miscela.

### 2.3.3. *Le proprietà termodinamiche dell'aria umida*

La quantità di vapor d'acqua nell'aria umida varia da un valore nullo (aria secca) ad un valore massimo che dipende dalla temperatura e dalla pressione e che viene indicato come valore di saturazione. Gli stati termodinamici relativi alle condizioni di massimo per ciascun valore di  $p$  e  $T$  si riferiscono alle condizioni di saturazione, ovvero agli stati di equilibrio neutro tra l'aria umida ed il vapor d'acqua condensato (liquido o solido). Le condizioni di saturazione dell'aria umida si verificano pertanto quando detta aria può coesistere in equilibrio con acqua allo stato liquido e ne sia separata da una superficie piana (Harrison, 1965a). La massa molare dell'acqua, sulla base della scala del carbonio-12, vale 18.01528 mentre la corrispondente costante del gas è pari a:

$$R_w = \frac{8314.41}{18.0158} = 461.520 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad (2.7)$$

Gli innumerevoli stati termodinamici dell'aria umida, considerata come una miscela a due componenti di aria secca e vapor d'acqua, sono individuati mediante la conoscenza di tre proprietà intensive indipendenti, oppure di tre proprietà estensive e della massa totale. Nel seguito verranno definite le principali proprietà dell'aria umida che come detto possono essere utilizzate per individuarne i singoli stati e le trasformazioni termodinamiche che si possono effettuare.

### 2.3.4. *Temperatura di bulbo asciutto ( $t$ )*

Rappresenta la temperatura dell'aria umida (indicata con  $t$  ed espressa in gradi Celsius) misurata con un termometro dotato di un sistema di schermatura che riduca l'influenza degli scambi radiativi e favorisca gli scambi termici convettivi tra fluido e sensore.

### 2.3.5. *Titolo ( $w$ )*

È definito come il rapporto tra la massa di vapor d'acqua  $m_w$  e la massa di aria secca  $m_a$ :

$$w = \frac{m_w}{m_a} \quad (2.8)$$

dove  $m_w$  rappresenta la massa di vapor d'acqua e  $m_a$  la massa di aria secca. Il titolo  $w$  è, inoltre, uguale al rapporto delle frazioni molari  $x_w / x_a$  moltiplicato per il rapporto delle masse molecolari dei due componenti:

$$w = \frac{18.0153}{28.9645} \cdot \frac{x_w}{x_a} = 0.62198 \frac{x_w}{x_a} \quad (2.9)$$

In particolare, si definisce il titolo in condizioni di saturazione  $w_s = w_s(p, t)$  come il titolo di una miscela di aria umida nella quale il vapor d'acqua si trovi in condizioni di saturazione alla temperatura  $t$  e pressione  $p$  della miscela. Tale titolo si può riferire indifferentemente a condizioni di saturazione riferite a trasformazioni gas-liquido e gas-solido. Dalla (2.9) è immediato ricavare tale grandezza come:

$$w_s = \frac{18.0153}{28.9645} \cdot \frac{x_{ws}}{x_a} = 0.62198 \frac{x_{ws}}{x_a} \quad (2.10)$$

dove  $w_s$  è la frazione molare del vapor d'acqua in condizioni di saturazione.

### 2.3.6. Umidità specifica ( $q$ )

È il rapporto della massa del vapor d'acqua  $m_w$  rispetto alla massa totale della miscela:

$$q = \frac{m_w}{m_w + m_a} \quad (2.11)$$

Sostituendo la (2.8) nella (2.11), si ottiene:

$$q = \frac{w}{1 + w} \quad (2.12)$$

### 2.3.7. Umidità assoluta (massa volumica del vapor d'acqua $d$ )

Rappresenta il rapporto della massa del vapor d'acqua rispetto al volume totale della miscela:

$$d = \frac{m_w}{V} \quad (2.13)$$

### 2.3.8. Massa volumica ( $\rho$ )

È il rapporto tra la massa totale ed il volume totale della miscela:

$$\rho = \frac{(m_w + m_a)}{V} = \frac{(1 + w)}{v} \quad (2.14)$$

dove  $v$  rappresenta il volume specifico della miscela espresso in  $\text{m}^3/\text{kg}$  aria secca.

### 2.3.9. Grado di saturazione ( $\mu$ )

È il rapporto tra il titolo della miscela ed il titolo di saturazione dell'aria nelle stesse condizioni di temperatura e pressione:

$$\mu = \frac{w}{w_s} \Big|_{t,p} \quad (2.15)$$

### 2.3.10. Umidità relativa ( $\phi$ )

Rappresenta il rapporto tra la frazione molare del vapor d'acqua contenuto nella miscela di aria umida e la frazione molare del vapor d'acqua contenuto in una miscela di aria umida saturata alla stessa pressione e temperatura:

$$\phi = \frac{x_w}{x_{ws}} \Big|_{t,p} \quad (2.16)$$

Si noti che, combinando opportunamente le equazioni (2.9), (2.10), (2.15) e (2.16) è possibile ottenere una relazione tra il grado di saturazione e l'umidità relativa. Infatti, la (2.9) e la (2.10) si modificano nelle:

$$w = 0.62198 \frac{x_w}{x_a} = 0.62198 \frac{x_w}{(1-x_w)} \quad (2.17)$$

$$w_s = 0.62198 \frac{x_{ws}}{x_a} = 0.62198 \frac{x_{ws}}{(1-x_{ws})} \quad (2.18)$$

Sostituendo le equazioni (2.17) e (2.18) nella (2.15), si ottiene:

$$\mu = \left( \frac{x_w}{x_{ws}} \right) \Big|_{t,p} \cdot \left( \frac{1-x_{ws}}{1-x_w} \right) \Big|_{t,p} \quad (2.19)$$

e, tenendo conto della (2.16):

$$\mu = \phi \cdot \left( \frac{1-x_{ws}}{1-x_w} \right) \Big|_{t,p} \quad (2.20)$$

Infine, ricavando le frazioni molari dalla (2.17) e (2.18) e si ottiene:

$$\mu = \frac{\phi}{1+(1-\phi)w_s/0.62198} \quad (2.21)$$



### 2.3.11. Temperatura di rugiada ( $t_d$ )

È la temperatura di una miscela di aria umida che ha raggiunto le condizioni di saturazione in seguito ad un raffreddamento a pressione e titolo costanti. Essa è definita come soluzione  $t_d(p, w, \phi_s)$  dell'equazione:

$$w_s(p, t_d, \phi_s) = w \quad (2.22)$$

dove  $\phi_s = 100\%$ . Le condizioni per il vapor d'acqua sono, quindi, di incipiente condensazione.

### 2.3.12. Energia interna dell'aria umida

L'energia interna dell'aria umida può essere ottenuta dalla seguente equazione:

$$U = U_w + U_a = m_w u_w + m_a u_a \quad (2.23)$$

dove  $U_w$  e  $U_a$  sono le energie interne dell'acqua e dell'aria secca,  $u_w$  e  $u_a$  i corrispondenti valori specifici.

### 2.3.13. Entalpia dell'aria umida

L'entalpia dell'aria umida può essere ottenuta dalla seguente equazione:

$$H = H_w + H_a = m_w h_w + m_a h_a \quad (2.24)$$

dove  $H_w$  e  $H_a$  sono le entalpie dell'acqua e dell'aria secca,  $h_w$  e  $h_a$  i corrispondenti valori specifici.

### 2.3.14. Entropia dell'aria umida

L'entropia dell'aria umida può essere ottenuta dalla seguente equazione:

$$S = S_w + S_a = m_w s_w + m_a s_a \quad (2.25)$$

dove  $S_w$  e  $S_a$  rappresentano i valori dell'entropia dell'acqua e dell'aria secca,  $s_w$  e  $s_a$  i corrispondenti valori specifici.

### 2.3.15. Exergia fisica dell'aria umida

L'exergia dell'aria umida può essere ottenuta dalla seguente equazione:

$$Ex = Ex_w + Ex_a = m_w ex_w + m_a ex_a \quad (2.26)$$

dove  $Ex_w$  e  $Ex_a$  rappresentano i valori dell'exergia fisica dell'acqua e dell'aria secca,  $ex_w$  e  $ex_a$  i corrispondenti valori specifici. Dalla definizione di exergia fisica si ha che:

$$ex_w = (h_w - h_{w0}) - T_{w0} (s_w - s_{w0}) \quad (2.27)$$

dove  $h_{w0}$ ,  $s_{w0}$  e  $T_{w0}$  sono rispettivamente l'entalpia specifica, l'entropia specifica e la temperatura dell'acqua nelle condizioni assunte come riferimento (stato morto). Inoltre, risulta che:

$$ex_a = (h_a - h_{a0}) - T_{a0}(s_a - s_{a0}) \quad (2.28)$$

dove  $h_{a0}$ ,  $s_{a0}$  e  $T_{a0}$  sono rispettivamente l'entalpia specifica, l'entropia specifica e la temperatura dell'aria secca nelle condizioni assunte come riferimento (stato morto).

Le corrispondenti grandezze specifiche ( $u$ ,  $h$ ,  $s$ ,  $v$ ,  $ex$ ) dell'aria umida verranno nel seguito riferite unicamente all'unità di massa di aria secca. Tale assunzione è generalmente adottata, sia perché il contenuto di vapor d'acqua è trascurabile rispetto al contenuto di aria secca, sia per il fatto che nelle trasformazioni che generalmente subisce l'aria umida nelle unità di trattamento degli impianti di condizionamento, il contenuto di aria secca può con buona approssimazione essere considerato costante.

**2.3.16. Temperatura termodinamica di bulbo umido**

La temperatura termodinamica di bulbo umido (temperatura di saturazione adiabatica),  $t^*$ , rappresenta la temperatura alla quale dell'acqua (liquida o solida), evaporando in aria umida ad un'assegnata temperatura di bulbo asciutto  $t$  e titolo  $w$ , porta adiabaticamente l'aria in condizioni di saturazione alla stessa temperatura  $t^*$  a pressione costante. Questa grandezza risulta funzione delle condizioni termodinamiche dell'aria umida ed è, quindi, una proprietà termodinamica dell'aria umida. Infatti, dal momento che l'umidità relativa non è una grandezza direttamente misurabile e la misura diretta del titolo è piuttosto delicata, risulta più agevole ricorrere ad un processo di saturazione adiabatica per valutare con una misura indiretta il contenuto di umidità dell'aria (tramite la misura di due temperature, la temperatura di bulbo asciutto e quella termodinamica di bulbo umido) piuttosto che effettuare una misura laboriosa (con strumentazione dai costi elevati) come quella della temperatura di rugiada.

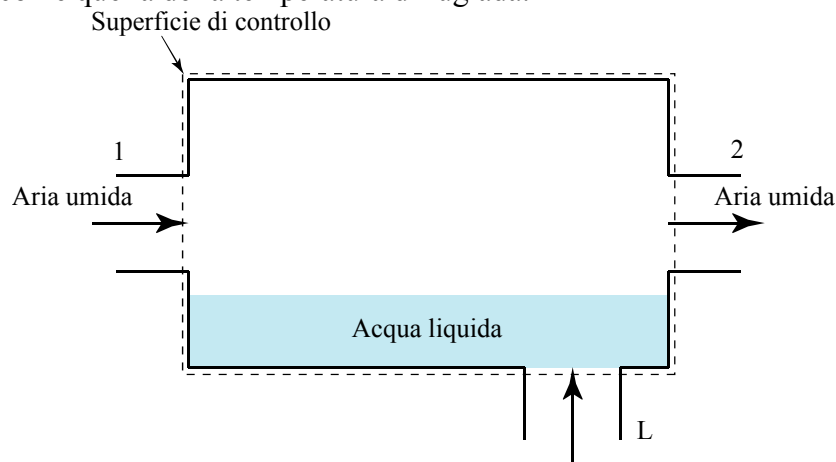


Figura 2-2 – Saturatore adiabatico su acqua liquida.

Il processo di saturazione adiabatica di un flusso di aria umida su acqua liquida è schematizzato in Figura 2-2. Una portata d'aria umida, entrante con un titolo  $w_1$  incognito, lambisce, in regime stazionario ed a pressione costante, acqua liquida contenuta in un canale adiabatico. A causa del processo di evaporazione dalla superficie del liquido, l'umidità della corrente d'aria va via via aumentando e la sua temperatura diminuendo fino a raggiungere, se si suppone che il canale sia sufficientemente lungo, in uscita le condizioni di saturazione. Si noti che il reintegro dell'acqua evaporata, avviene dall'esterno tramite una portata d'acqua in fase liquida la cui temperatura si ipotizza uguale a quella della portata d'aria umida satura uscente dal saturatore.

L'analisi è sviluppata utilizzando i bilanci di massa e di energia per la superficie di controllo riportata in Figura 2-2.

$$\begin{aligned} \text{Bilancio di massa per l'aria secca} & \quad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \\ \text{Bilancio di massa per l'acqua} & \quad \dot{m}_{w1} + \dot{m}_L = \dot{m}_{w2} \end{aligned} \quad (2.29)$$

dove  $\dot{m}_L$  rappresenta la portata massica dell'acqua di reintegro. Dalla eq.(I.3), la seconda delle (2.29) si modifica nella:

$$\dot{m}_L = \dot{m}_a (w_2 - w_1) \quad (2.30)$$

La (2.29) evidenzia che la portata massica dell'aria secca è costante e (2.30) che la portata massica di vapore uscente è pari alla somma di quella entrante e della portata di acqua liquida di reintegro; si noti che quest'ultima, per la ipotizzata condizione di regime stazionario, è eguale alla portata d'acqua che complessivamente evapora per cui il livello dell'acqua all'interno del saturatore si mantiene costante.

Il bilancio di energia dell'aria umida, essendo l'entalpia specifica riferita alla massa della sola aria secca (viste le considerazioni riportate in precedenza) è espresso dalla seguente equazione:

$$\text{Bilancio di energia} \quad \dot{m}_a h_1 + \dot{m}_L h_L = \dot{m}_a h_2 \quad (2.31)$$

Dalla (2.30), la (2.31) si modifica come:

$$w_1 = w_2 - (h_2 - h_1) / h_L \quad (2.32)$$

L'esame della (2.32) rivela che l'umidità' specifica nello stato d'ingresso può essere calcolata dalla misura delle sole temperature in ingresso ed in uscita; infatti:

$$w_2 = f(p, T_2, \phi_2) \quad (2.33)$$

$$h_2 = f(p, T_2, \phi_2) \quad (2.34)$$

$$h_1 = f(p, T_1, w_1) \quad (2.35)$$

$$h_L = f(p, T_2) \quad (2.36)$$

Dalla conoscenza di  $p$  (pressione alla quale avviene il processo supposta nota),  $\phi_2 = 100\%$ ,  $t_1$  e  $t_2 = t^*$  (valori ottenibili da misure) è possibile ricavare tramite le relazioni (2.33)-(2.36) e dalla equazione (2.32) il titolo  $e$ , quindi, lo stato termodinamico dell'aria in ingresso.

La temperatura di uscita dal saturatore adiabatico, detta temperatura di saturazione adiabatica, è una proprietà termodinamica dell'aria umida nello stato di ingresso. Infatti, fissato lo stato 1, la (2.32) può essere vista come un'equazione nell'incognita  $t^*$ . In altri termini, assegnato un generico stato per l'aria umida, la temperatura di uscita dal saturatore adiabatico è univocamente determinata. Il processo di evaporazione implica, ovviamente, che  $t^* < t_1$  ed, inoltre, causando l'aumento dell'umidità specifica  $e$ , quindi, della pressione parziale del vapore, implica anche che  $t^* > t_{dl}$  (dove  $t_{dl}$  è la temperatura di rugiada del punto 1).

Nel caso la portata di aria umida lambisca invece che un liquido una superficie di acqua solida, il saturatore adiabatico può essere schematizzato come in Fig.I.3. La camera di saturazione viene supposta di lunghezza infinita e perfettamente isolata termicamente. La massa di acqua che evapora è supposta trascurabile rispetto all'acqua presente e si ipotizza, inoltre, che siano nulli i gradienti di temperatura all'interno dell'acqua solida. Si suppone, inoltre, che la temperatura dello strato di acqua solida lambito dalla corrente di aria, in condizioni di regime stazionario, sia pari alla temperatura dell'aria umida che lascia il saturatore in condizioni di saturazione.

Applicando il bilancio di massa sull'aria per il volume di controllo rappresentato in Figura 2-3, si ottiene:

$$\dot{m}_a w_1 + \dot{m}_i = \dot{m}_a w_2 \quad (2.37)$$

dove  $\dot{m}_i$  rappresenta la massa di l'acqua solida che evapora nella portata di aria umida nell'unità di tempo.

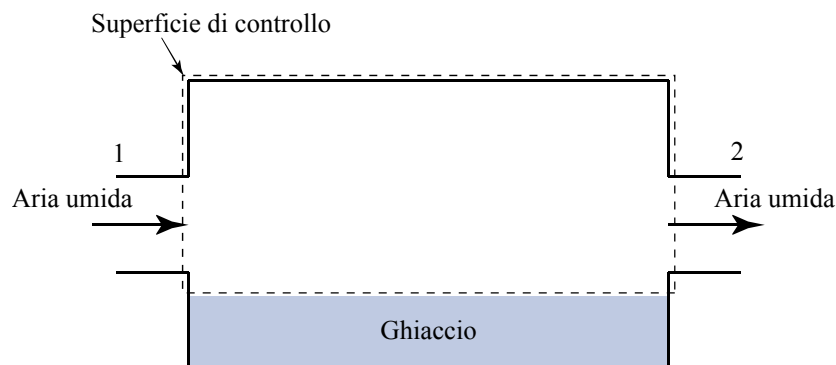


Figura 2-3 – Saturatore adiabatico su acqua solida.

Il bilancio di energia può, invece, essere posto nella forma:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_i h_i = \dot{m}_a h_2 \quad (2.38)$$

Sostituendo nella (2.38) il valore di  $\dot{m}_i$  ricavabile dalla (2.37), è semplice ottenere la seguente equazione:

$$w_1 = w_2 - (h_2 - h_1) / h_i \quad (2.39)$$

che risulta formalmente coincidente con la (2.32). Per tale motivo è possibile estendere le considerazioni esposte per la saturazione di aria umida su acqua liquida anche al caso di saturazione su ghiaccio.

Dalle (2.32) e (2.39) si desume, quindi, che lo stato termodinamico di una corrente di aria umida può essere valutato misurando la pressione totale dell'aria e due temperature: la temperatura all'ingresso (temperatura di bulbo asciutto) e all'uscita (temperatura termodinamica di bulbo umido) da un saturatore adiabatico. Per quanto riguarda la pressione totale, generalmente negli impianti di condizionamento viene assunta pari al valore costante di  $101325 \text{ Pa}$ , ritenendo trascurabile la variazione dello stato termodinamico al variare della pressione barometrica.

## 2.4. Calcolo delle proprietà

Il calcolo delle proprietà dell'aria umida può essere eseguito mediante l'uso del diagramma ASHRAE (Figura 2-4), oppure mediante l'uso dell'equazione di stato.

### 2.4.1. Diagramma ASHRAE

Il diagramma ASHRAE, rappresentato qualitativamente in Figura 2-4, risulta essere particolarmente indicato non solo per il calcolo delle proprietà dell'aria umida, ma anche per rappresentare graficamente le trasformazioni termodinamiche della miscela stessa. In particolare, tale diagramma è realizzato ponendo sull'asse delle ascisse la temperatura di bulbo asciutto  $t$ , mentre sull'asse delle ordinate è riportato il valore del titolo  $w$ . In Figura 2-4, inoltre, sono riportate qualitativamente le curve ad umidità relativa  $\phi$  costante (linee nere tratteggiate), le curve a temperatura di bulbo umido  $t^*$  costante (linee blu), le linee ad entalpia costante (linee rosse) ed, infine, le linee a volume specifico  $\rho^{-1}$  costante (linee blu tratto e punto).

Il diagramma ASHRAE quantitativo è disponibile in letteratura e costituisce quindi uno strumento fondamentale per il calcolo delle principali proprietà dell'aria umida, nonché delle variazioni che esse subiscono a seguito di una trasformazione termodinamica.

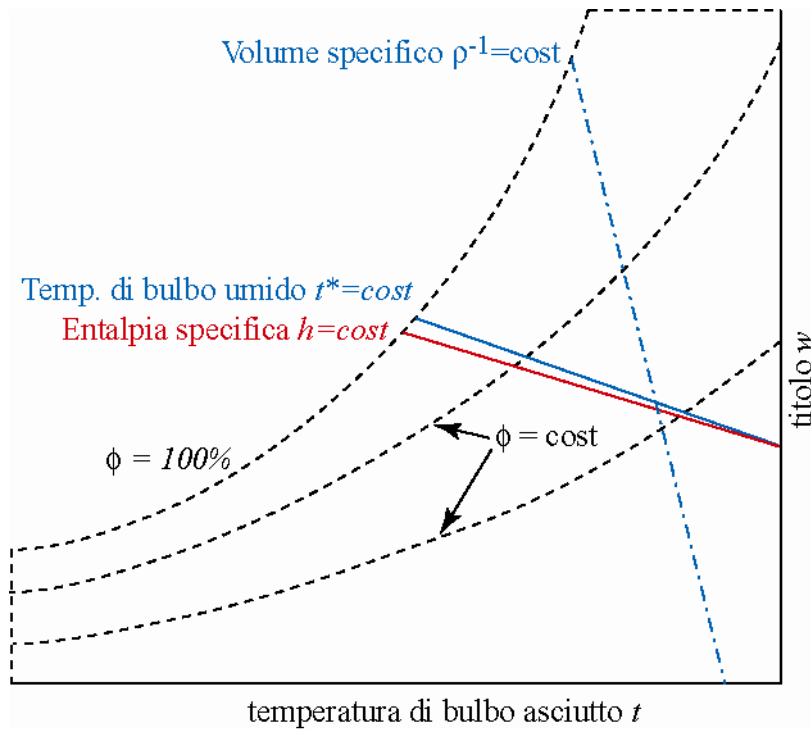


Figura 2-4 – Rappresentazione qualitativa del diagramma ASHRAE.

**2.4.2. Calcolo delle proprietà attraverso l'equazione di stato**

Per il calcolo delle proprietà dell'aria umida mediante l'equazione di stato sono disponibili in letteratura diverse correlazioni, tra le quali di seguito sono riportate alcune delle più utilizzate.

Relativamente alla determinazione della pressione del vapore saturo in funzione della temperatura  $p_{ws} = p_{ws}(T)$ , Hyland e Wexler (1983) forniscono la relazione

$$\ln(p_{ws}) = \frac{g_{-1}}{T} + g_0 + g_1 T + g_2 T^2 + g_3 T^3 + g_4 \ln(T) \tag{2.40}$$

valida per la determinazione di  $p_{ws}(T)$  su film liquido nell'intervallo di temperatura  $0 \div 200^\circ C$ . Gli stessi autori forniscono la relazione

$$\ln(p_{ws}) = \frac{m_0}{T} + m_1 + m_2 T + m_3 T^2 + m_4 T^3 + m_5 T^4 + m_6 \ln(T) \tag{2.41}$$

valida per la determinazione di  $p_{ws}(T)$  su film di ghiaccio nell'intervallo di temperatura  $-100 \div 0^\circ C$ .

Per il calcolo del fattore di correzione  $f = f(p, T)$ , ancora Hyland e Wexler forniscono la seguente relazione:

$$f(p, T) = \alpha + \beta p + \gamma T^2 \quad (2.42)$$

I valori delle costanti che compaiono nelle (2.40)-(2.41) sono riportati Tabella 2-2. Si tenga presente, infine, che nelle suddette relazioni la temperatura è espressa in  $K$  e la pressione in  $Pa$ .

Tabella 2-2 – Valori delle costanti utilizzate nelle relazioni (2.40)-(2.41) proposte da Hyland e Wexler.

$g_{-1}$	-5800,2206	$m_0$	-5674,5359	$\alpha$	1,00062
$g_0$	1,3914993	$m_1$	6,3925247	$\beta$	3,14E-08
$g_1$	-0,048640239	$m_2$	-9,6778430E-03	$\gamma$	5,60E-07
$g_2$	4,1764768E-05	$m_3$	6,2215701E-07		
$g_3$	-1,4452093E-08	$m_4$	2,0747825E-09		
$g_4$	6,5459673	$m_5$	-9,4840240E-13		
		$m_6$	4,1635019		

Per il calcolo della temperatura di rugiada dalla pressione parziale del vapore Peppers (1988) propone la relazione

$$T_r = C_{14} + C_{15} \ln(p_w) + C_{16} [\ln(p_w)]^2 + C_{17} [\ln(p_w)]^3 + C_{18} (p_w)^{C_{19}} \quad (2.43)$$

valida nel campo di temperatura  $0 \div 93^\circ C$ . Lo stesso autore propone la

$$T_r = C_{20} + C_{21} \ln(p_w) + C_{22} [\ln(p_w)]^2 \quad (2.44)$$

per temperature inferiori a  $0^\circ C$ . Le costanti utilizzate nelle (2.43) e (2.44) sono riportate nella seguente Tabella 2-3. Si tenga presente che i valori di tali costanti sono tali che il valore calcolato della temperatura di rugiada è da intendersi espresso in  $K$  utilizzando valori di  $p_w$  espressi in  $kPa$ .

Tabella 2-3 – Valori delle costanti utilizzate nelle relazioni (2.43) e (2.44) proposte da Peppers.

$C_{14}$	6,54000	$C_{20}$	6,0900
$C_{15}$	14,52600	$C_{21}$	12,6080
$C_{16}$	0,73890	$C_{22}$	0,4959
$C_{17}$	0,09486		
$C_{18}$	0,45690		
$C_{19}$	0,19840		

### 2.5. Trasformazioni termodinamiche elementari dell'aria umida

Nei principali processi industriali e civili le trasformazioni termodinamiche dell'aria umida sono per lo più riconducibili alle seguenti trasformazioni elementari (Figura 2-5):

- riscaldamento- raffreddamento isobaro e isotitolo
- umidificazione
- raffreddamento con deumidificazione
- miscelamento adiabatico.

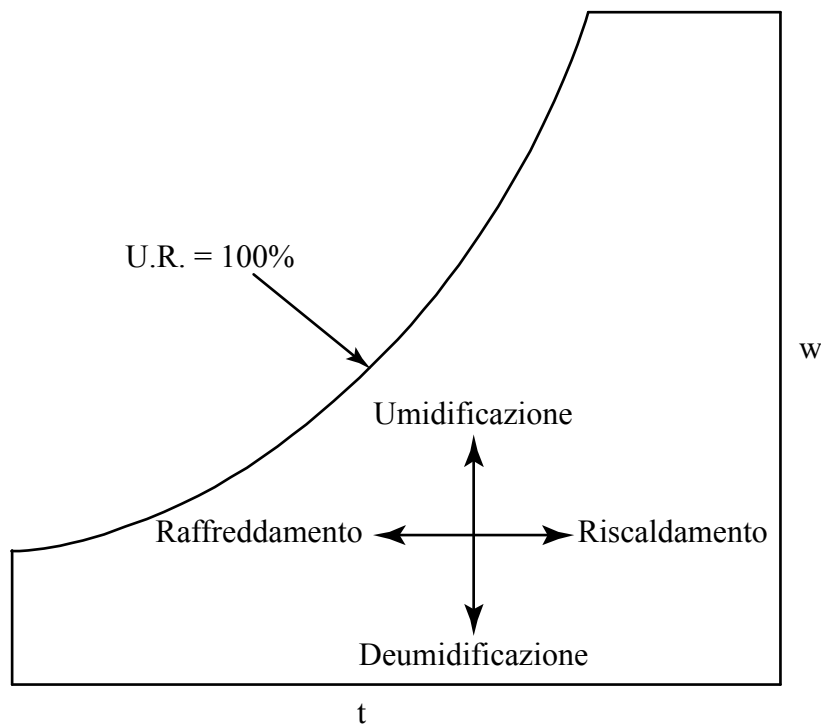


Figura 2-5 – Trasformazioni elementari dell'aria umida.

Nel seguito sono dettagliatamente esposte per ciascuna di tali trasformazioni le equazioni di bilancio di massa e di energia per un sistema aperto in modo da evidenziare il cammino termodinamico della trasformazione e le diverse possibili proprietà termodinamiche dell'aria umida al termine della trasformazione stessa.

In particolare l'equazione di bilancio di massa per un sistema aperto (ovvero un sistema che consenta il flusso di aria umida attraverso le sue superfici di controllo considerate fisse nello spazio) in regime stazionario si scrive:

$$\sum_{i=1}^N \dot{m}_i = \sum_{u=1}^M \dot{m}_u \tag{2.45}$$

dove la portata massica  $\dot{m}$  può essere valutata semplicemente mediante:



$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho w A \tag{2.46}$$

L'equazione di bilancio di energia nello stesso caso di sistema aperto e flusso stazionario e nelle ulteriori ipotesi di moto monodimensionale, trascurabilità dei termini energetici di tipo cinetico e gravitazionale, si scrive:

$$\sum_{i=1}^N \dot{m}_i h_i + \sum_{i=1}^N |\dot{Q}_i| + \sum_{i=1}^N |\dot{L}_{e,i}| = \sum_{u=1}^N \dot{m}_u h_u + \sum_{u=1}^N |\dot{Q}_u| + \sum_{u=1}^N |\dot{L}_{e,u}| \tag{2.47}$$

avendo indicato con  $h$  l'entalpia specifica dell'aria umida (generalmente nel caso di bilanci in sistemi aeraulici, data la costanza della portata di aria secca, l'entalpia specifica viene riferita piuttosto che alla massa totale di aria umida alla sola massa di aria secca),  $\dot{Q}$  la potenza termica rispettivamente in ingresso e uscita dal sistema ed  $\dot{L}_e$  la potenza meccanica d'elica rispettivamente in ingresso e uscita dal sistema.

**2.5.1. Riscaldamento o raffreddamento isotitolo**

Nel caso di una trasformazione di riscaldamento o di raffreddamento isotitolo ed isobaro, rappresentata nella figura I.5.2, il flusso di aria umida viene raffreddato o riscaldato mediante una serpentina senza cambiare la quantità in massa di acqua contenuta.

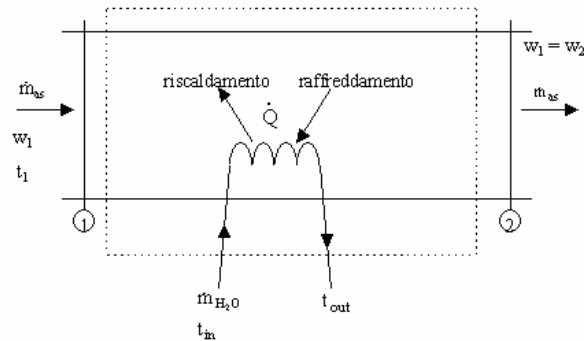


Figura 2-6 - Volume di controllo nella trasformazione di riscaldamento/raffreddamento isotitolo

In tal caso l'equazione di bilancio di massa d'acqua per il sistema aperto individuato si scrive:

$$\dot{m}_{as} w_1 = \dot{m}_{as} w_2 = \dot{m}_{as} w_3 \tag{2.48}$$

ciò implica che:

$$w_1 = w_2 = w_3 = \text{cost} \tag{2.49}$$

L'equazione di bilancio di energia nello stesso caso si scrive nel caso di riscaldamento:

$$\dot{m}_{as} h_1 + |\dot{Q}_i| = \dot{m}_{as} h_2 \quad (2.50)$$

mentre nel caso di raffreddamento:

$$\dot{m}_{as} h_1 = \dot{m}_{as} h_3 + |\dot{Q}_u| \quad (2.51)$$

Dalle equazioni di bilancio di massa e di energia è quindi possibile dimostrare che la pendenza della trasformazione sul diagramma ASHRAE è pari a  $\pm\infty$  e quindi la trasformazione si muove su una retta orizzontale (Figura 2-7):

$$\frac{\Delta h}{\Delta w} = \frac{h_2 - h_1}{w_2 - w_1} = \pm\infty \quad (2.52)$$

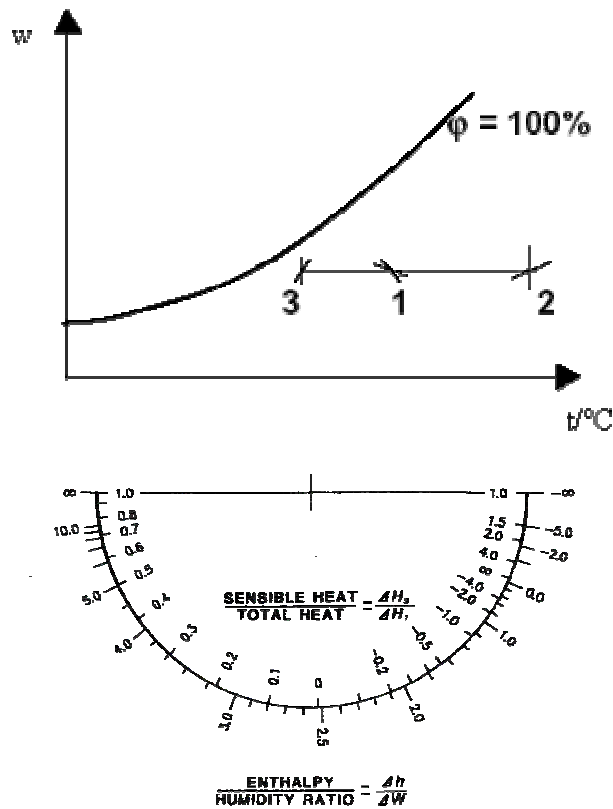


Figura 2-7 – Trasformazioni di riscaldamento e raffreddamento isotitolo

**2.5.2. Umidificazione adiabatica**

Nel caso di una trasformazione di umidificazione adiabatica, il flusso di aria viene umidificato mediante aggiunta di acqua dall'esterno, senza che sia fornita o sottratta energia termica. Tale processo è rappresentato schematicamente in Figura 2-8. L'acqua può essere aggiunta in forma liquida o gassosa. Nei due diversi casi, mentre rimangono formalmente inalterate le equazioni di bilancio, poiché le entalpie associate ai due flussi sono diverse, le trasformazioni termodinamiche seguiranno percorsi differenti.

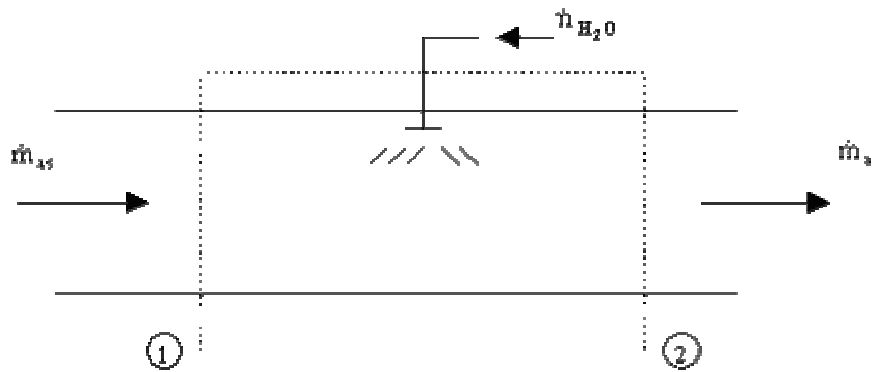


Figura 2-8 –Trasformazione di umidificazione adiabatica; la linea tratteggiata indica la superficie di controllo scelta.

L'equazione di bilancio di massa d'acqua per il sistema aperto individuato nella figura si scrive:

$$\dot{m}_{as} w_1 + \dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_{as} w_2 \tag{2.53}$$

ciò implica che:

$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_{as} (w_2 - w_1) \tag{2.54}$$

L'equazione di bilancio di energia nello stesso caso si scrive:

$$\dot{m}_{as} h_1 + \dot{m}_{H_2O} h_{H_2O} = \dot{m}_{as} h_2 \tag{2.55}$$

Dalle equazioni di bilancio di massa e di energia è quindi possibile dimostrare che la pendenza della trasformazione sul diagramma ASHRAE è pari all'entalpia dell'acqua immessa. Infatti:

$$\frac{\Delta h}{\Delta w} = \frac{h_2 - h_1}{w_2 - w_1} = \frac{\dot{m}_{H_2O} h_{H_2O}}{\dot{m}_{as}} \frac{\dot{m}_{as}}{\dot{m}_{H_2O}} = h_{H_2O} \tag{2.56}$$

e quindi la trasformazione si muove su una retta quasi verticale (Figura 2-9) nel caso di umidificazione con acqua in condizioni di vapore saturo secco alla temperatura di circa 110-120°C ( $h_{H_2O} = 2,69 \dots 2,70 \text{ kJ/g}$  per t), mentre si muove su una retta obliqua nel caso di umidificazione con acqua liquida alla temperatura compresa tra 0 e 100°C ( $h_{H_2O} = 0 \dots 0,419 \text{ kJ/g}$ ),

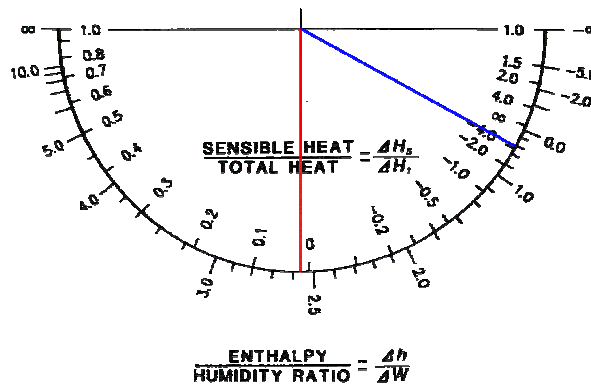


Figura 2-9 – Trasformazione di umidificazione adiabatica.

### 2.5.3. Raffreddamento con deumidificazione

Nel caso di una trasformazione di raffreddamento con deumidificazione, rappresentata nella Figura 2-10, il flusso di aria viene deumidificato mediante raffreddamento.

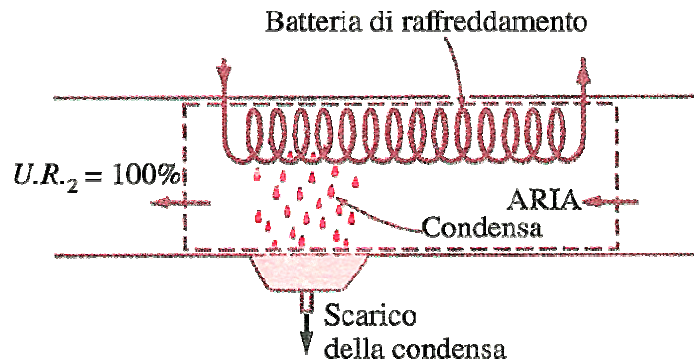


Figura 2-10 – Trasformazione di raffreddamento con deumidificazione; la linea tratteggiata indica la superficie di controllo scelta.

In tal caso l'equazione di bilancio di massa d'acqua per il sistema aperto individuato nella figura si scrive:

$$\dot{m}_{as} w_1 = \dot{m}_{as} w_2 + \dot{m}_{H_2O} \tag{2.57}$$

ciò implica che:

$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_{as} (w_1 - w_2) \quad (2.58)$$

L'equazione di bilancio di energia nello stesso caso si scrive:

$$\dot{m}_{as} h_1 = \dot{m}_{as} h_2 + \dot{m}_{H_2O} h_{H_2O} + |\dot{Q}_u| \quad (2.59)$$

La trasformazione si muove quindi dapprima su una retta orizzontale isotitolo fino a raggiungere le condizioni di saturazione (Figura 2-11) poi seguendo la curva di condensazione cedendo la quantità di acqua che lascia la miscela satura durante il processo di condensazione.

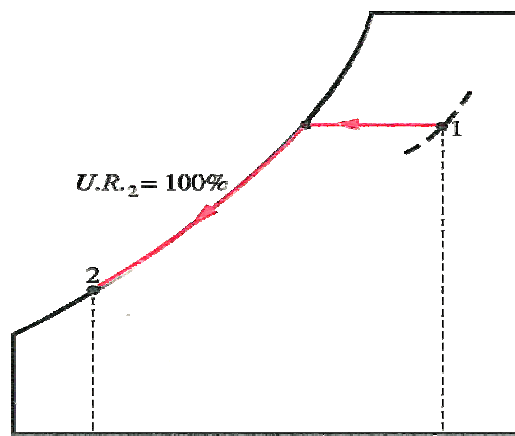


Figura 2-11 – Trasformazione di raffreddamento con deumidificazione.

#### 2.5.4. Mescolamento adiabatico

Nel caso di una trasformazione di mescolamento adiabatico, rappresentata nella Figura 2-12, due flussi di aria  $m_{as1}$  e  $m_{as2}$  vengono miscelati adiabaticamente.

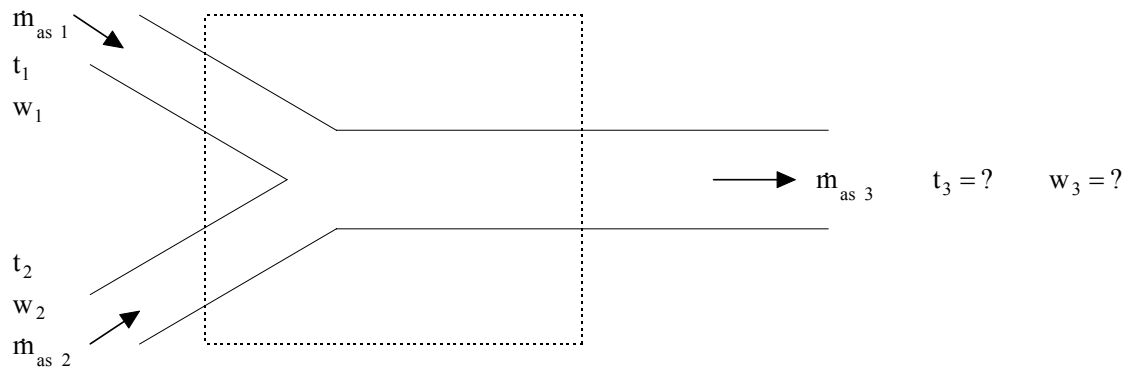


Figura 2-12 – Trasformazione di mescolamento adiabatico; la linea tratteggiata indica la superficie di controllo scelta.

In tal caso l'equazione di bilancio di massa d'acqua per il sistema aperto individuato nella figura si scrive:

$$\dot{m}_{as,1} w_1 + \dot{m}_{as,2} w_2 = \dot{m}_{as,3} w_3 \quad (2.60)$$

ciò implica che:

$$w_3 = \frac{\dot{m}_{as,1} w_1 + \dot{m}_{as,2} w_2}{\dot{m}_{as,1} + \dot{m}_{as,2}} \quad (2.61)$$

L'equazione di bilancio di energia si scrive invece:

$$\dot{m}_{as,1} h_1 + \dot{m}_{as,2} h_2 = \dot{m}_{as,3} h_3 \quad (2.62)$$

ciò implica che:

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{as,1} h_1 + \dot{m}_{as,2} h_2}{\dot{m}_{as,1} + \dot{m}_{as,2}} \quad (2.63)$$

Il punto di uscita 3 della trasformazione può essere valutato graficamente mediante una media pesata sul segmento congiungente i punti di ingresso 1 e 2 (Figura 2-13).

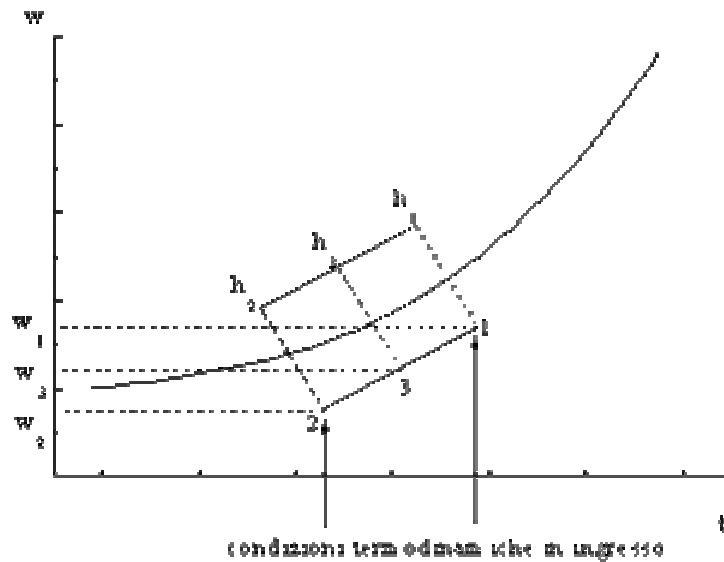


Figura 2-13 – Trasformazione di mescolamento adiabatico.