

**ESERCIZI UNITA' D – SOMMARIO**

- D. SISTEMI APERTI E CICLI TERMODINAMICI**
- D.I. Cabinet per apparecchiature elettroniche**
- D.II. Server**
- D.III. Raffreddamento a liquido di un processore**
- D.IV. Compressione di un liquido**
- D.V. Compressione di un vapore surriscaldato**
- D.VI. Vaporizzazione isobara**
- D.VII. Condensazione isoterma di una miscela satura liquido-vapore**
- D.VIII. Espansione adiabatca reversibile**
- D.IX. Misura del titolo mediante laminazione adiabatca**
- D.X. Ciclo Rankine ideale senza surriscaldamento**
- D.XI. Ciclo Rankine ideale con surriscaldamento**
- D.XII. Ciclo frigorifero ideale a R134a**
- D.XIII. Pompa di calore a R134a**
- D.XIV. Miscelazione adiabatca di due correnti**
- D.XV. Miscelazione di tre correnti**

**D.I. Cabinet per apparecchiature elettroniche**– Problema

Si consideri un cabinet per apparecchiature elettroniche come quello di cui al problema C.II. Al suo interno sono alloggiati dispositivi alimentati in corrente continua che lavorano a tensione 12 V ed assorbono, in condizioni di carico massimo, una corrente pari a 11.6 A. All'esterno del cabinet si ha aria in condizioni ambiente tipiche (temperatura 25°C, pressione 1 bar).

Sapendo che la massima temperatura ammissibile dall'elettronica è pari a 80°C, determinare la minima portata di aria che un sistema di raffreddamento a circolazione forzata deve assicurare. Inoltre, sapendo che l'aria viene aspirata e scaricata attraverso aperture circolari con diametro 100 mm, determinare la velocità con cui l'aria fluisce attraverso le aperture.

– Dati

Sostanza: aria secca

$$p = 1 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{\text{ambiente}} = 25^\circ\text{C} = 298 \text{ K}$$

$$T_{\text{max}} = 80^\circ\text{C} = 353 \text{ K}$$

$$\Delta V_{\text{cc}} = 12 \text{ V}$$

$$I_{\text{cc}} = 11.6 \text{ A}$$

$$D_1 = D_2 = 80 \text{ mm} = 0.080 \text{ m}$$

– Determinare

Portata dell'aria di raffreddamento, velocità dell'aria all'ingresso e all'uscita.

– Ipotesi

Aria gas ideale, sistema aperto, condizioni stazionarie.

– Soluzione

L'aria, aspirata alla temperatura ambiente di 25°C, subisce un progressivo riscaldamento mentre fluisce attraverso il cabinet e, quindi, raggiunge la sua massima temperatura in corrispondenza della sezione di efflusso, tramite la quale ritorna nell'ambiente esterno.

Alcuni dei dispositivi ospitati dal cabinet, particolarmente sensibili ai surriscaldamenti, non possono tollerare una temperatura superiore a 80°C, ma non sono disponibili informazioni sulla loro posizione. Si deve perciò assumere, in favore di sicurezza, che essi si trovino nelle immediate prossimità della sezione di efflusso, ove la temperatura dell'aria di raffreddamento che li lambisce è massima. Di conseguenza, la minima portata di raffreddamento sarà quella per la quale l'aria, aspirata ad una temperatura  $T_1$  pari al valore ambiente, viene espulsa ad una temperatura  $T_2$  pari al valore massimo ammissibile.

$$T_1 = T_{\text{ambiente}}$$

$$T_2 = T_{\text{max}}$$

Operando in favore di sicurezza, si può assumere nullo lo scambio termico per conduzione attraverso le pareti del cabinet. Pertanto, il sistema di raffreddamento ad aria forzata deve essere in grado di asportare interamente la potenza termica dissipata dai dispositivi elettronici, valutabile come:

$$\dot{Q}_{cc} = \Delta V_{cc} I_{cc} = 12 \cdot 11.6 = 139 \text{ W}$$

Il cabinet costituisce un sistema aperto con un ingresso ed una uscita, soggetto ad un flusso stazionario di fluido. L'equazione di bilancio della massa permette di stabilire che, in condizioni stazionarie, la portata di aria che attraversa il sistema è costante:

$$\dot{m}_u - \dot{m}_e = 0 \Rightarrow \dot{m}_u = \dot{m}_e = \dot{m}$$

Per un sistema aperto con un ingresso ed una uscita, soggetto ad un flusso stazionario di fluido, l'equazione di bilancio dell'energia assume la forma:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Nel caso in esame, si trascurano gli scambi termici attraverso le pareti del cabinet. La potenza termica scambiata è quindi pari alla potenza termica dissipata dai dispositivi elettronici presenti.

$$\dot{Q} \equiv \dot{Q}_{cc} = 139 \text{ W}$$

Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono piccole, essendo minime le variazioni di velocità e di quota dell'aria, e vengono quindi trascurate. Tipicamente piccolo e, di conseguenza, trascurabile è anche il lavoro scambiato dai dispositivi di ventilazione (che è comunque facilmente valutabile sulla base della tensione e della corrente assorbite). L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la seguente forma semplificata:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

Per stimare la variazione di entalpia specifica, va rammentato che il calore specifico a pressione costante è definito come segue:

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{p=\text{cost}}$$

Il processo avviene a pressione costante. Peraltro, le condizioni sono tali che l'aria può essere considerata per tutto il processo un gas perfetto (la verifica sulla base delle pressioni e delle temperature ridotte è agevole), la cui entalpia (specifica e totale) dipende solo dalla temperatura. Se ne desume che:

$$c_p = \frac{dh}{dT} \Rightarrow h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT$$

Qualora si possa assumere che, nell'intervallo di integrazione, esista una dipendenza lineare del calore specifico dalla temperatura (assunzione generalmente accettabile per intervalli di temperatura ridotti), si può assumere  $c_p$  costante ed assegnargli il valore alla temperatura media della trasformazione,  $T_{\text{media}}$ .

$$T_{\text{media}} = \frac{(T_1 + T_2)}{2} \cong \frac{25 + 80}{2} = 52.5^\circ\text{C} = 325.7 \text{ K}$$

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \cong c_{p,\text{medio}} \cdot (T_2 - T_1) \cong c_p(T_{\text{media}}) \cdot (T_2 - T_1)$$

Da tabella si ricava che il calore specifico a pressione costante dell'aria a temperatura  $T_A=300$  K vale

$$c_{p@T_A} = 1.005 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 1005 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

mentre a temperatura  $T_B=350$  K vale

$$c_{p@T_B} = 1.008 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 1008 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Da ciò si può stimare che:

$$c_{p,\text{medio}} \cong c_{p@T_A} + (c_{p@T_B} - c_{p@T_A}) \frac{T_{\text{media}} - T_A}{T_B - T_A} = 1006.5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

In definitiva, la minima portata in massa dell'aria deve essere tale che:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{(h_2 - h_1)} \cong \frac{\dot{Q}}{c_{p,\text{medio}}(T_2 - T_1)} = 0.00180 \text{ kg/s} = 1.80 \text{ g/s}$$

In un sistema a due correnti in condizioni stazionarie, la portata in massa è sempre costante. Lo stesso non può dirsi tuttavia per la portata in volume, che nel caso in esame dipende dalla densità dell'aria. Questa dipende a sua volta dalla temperatura e può essere valutata mediante l'equazione di stato dei gas ideali, in cui la costante di gas perfetto dell'aria (secca) è pari a 287.0 J/(kg·K). La densità dell'aria all'aspirazione è perciò pari a

$$\rho_1 = \frac{p}{RT_1} = \frac{100000}{287.0 \cdot 298} = 1.169 \text{ kg/m}^3$$

mentre all'uscita è pari a

$$\rho_2 = \frac{p}{RT_2} = \frac{100000}{287.0 \cdot 353} = 0.987 \text{ kg/m}^3$$

Le portate in volume all'ingresso e all'uscita valgono:

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} = 0.00154 \text{ m}^3/\text{s} = 1.54 \text{ dm}^3/\text{s}$$

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2} = 0.00182 \text{ m}^3/\text{s} = 1.82 \text{ dm}^3/\text{s}$$

Infine, la sezione di passaggio dell'aria all'ingresso, uguale alla sezione di passaggio all'uscita, è pari a:

$$S_1 \cong S_2 = \pi \frac{D_1^2}{4} = 0.00503 \text{ m}^2$$

Pertanto, le velocità dell'aria valgono, rispettivamente:

$$w_1 = \frac{\dot{V}_1}{S_1} = 0.31 \text{ m/s}$$

$$w_2 = \frac{\dot{V}_2}{S_2} = 0.36 \text{ m/s}$$

– Commenti

Nel caso siano presenti nel sistema dispositivi elettrici ed elettronici funzionanti a tensioni diverse, la potenza termica complessivamente fornita alla portata di aria che attraversa il sistema è data dalla somma delle potenze termiche dissipate dai singoli dispositivi, dalle dal prodotto delle relative tensioni e correnti:

$$\dot{Q}_{cc} = \sum \Delta V_{cc} I_{cc}$$

Nel dimensionamento del sistema di ventilazione occorre in realtà tenere conto anche delle resistenze alla trasmissione del calore tra i singoli dispositivi elettronici alloggiati nel cabinet e l'aria. In particolare, occorre far riferimento ai dispositivi più sensibili al surriscaldamento. La temperatura di ogni dispositivo può essere correlata alla potenza termica dissipata al suo interno e alla resistenza termica tra il dispositivo stesso e l'aria di ventilazione:

$$T_{disp} - T_{aria} = R_{disp-aria} \dot{Q}_{disp}$$

Conseguentemente, la temperatura massima dell'aria di ventilazione, che generalmente si ha in corrispondenza della sezione di efflusso e sulla cui base va valutata la portata minima di ventilazione, è pari a:

$$T_2 = T_{aria,max} = T_{disp,max} - R_{disp-aria} \dot{Q}_{disp,max}$$

Il calcolo delle resistenze alla trasmissione del calore sarà analizzato in dettaglio nel seguito.

La limitazione delle velocità di aspirazione e di efflusso è in generale richiesta per il contenimento del rumore.

## D.II. Server

### – Problema

Si consideri un server che in condizioni di massimo carico assorbe 700 W elettrici. Siano pari a 37°C la temperatura ambiente massima e a 1 bar la pressione ambiente tipica. La sezione di aspirazione dell'aria di ventilazione presenta area complessiva 250 cm<sup>2</sup>, mentre la sezione di efflusso presenta area 200 cm<sup>2</sup>. Al fine di contenere il rumore, si vuole limitare a 1.6 m/s la massima velocità dell'aria nel sistema. Determinare in tali condizioni la massima temperatura che l'aria può raggiungere nel case del server.

### – Dati

Sostanza: aria secca

$$\dot{Q} = 700 \text{ W}$$

$$T_{ambiente} = T_1 = 37^\circ\text{C} = 310 \text{ K}$$

$$p = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$A_1 = 250 \text{ cm}^2 = 0.0250 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 200 \text{ cm}^2 = 0.0200 \text{ m}^2$$

$$w_{max} = 1.6 \text{ m/s}$$

### – Determinare

Massima temperatura dell'aria.

### – Ipotesi

Aria gas ideale, sistema aperto, condizioni stazionarie.

– *Soluzione*

Operando in favore di sicurezza, si può assumere nullo lo scambio termico per conduzione attraverso le pareti del case. Pertanto, il sistema di raffreddamento ad aria forzata deve essere in grado di asportare interamente la potenza termica sviluppata dai componenti del server.

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita è:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Nel caso in esame, si trascurano gli scambi di calore attraverso le pareti del case. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole, essendo minime le variazioni di velocità e di quota dell'aria, e possono essere trascurate. Parimenti trascurabile è il lavoro fornito al fluido dai dispositivi di ventilazione. L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la seguente forma semplificata:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

Poiché il processo avviene a pressione costante, pari alla pressione atmosferica, si può anche scrivere:

$$h_2 - h_1 \cong c_{p, \text{medio}} (T_2 - T_1)$$

La massima velocità si ha sicuramente in efflusso, essendo ivi maggiore la temperatura dell'aria e, allo stesso tempo, più ridotta l'area della sezione di passaggio. La densità dell'aria in uscita non è tuttavia nota, essendo incognita la temperatura, così come non è noto il calore specifico medio (a pressione costante). Si può comunque procedere ad una stima e, successivamente, perfezionare il calcolo con una procedura di tipo iterativo.

Ipotizzando che la temperatura di uscita dell'aria sia pari a 57°C (330 K), una stima di primo tentativo della densità in uscita restituisce:

$$\rho'_2 = \frac{RT'_2}{p} = \frac{287.0 \cdot 350}{100000} = 0.948 \text{ kg/m}^3$$

Ciò permette di calcolare anche la portata in massa dell'aria:

$$\dot{m}' = \rho'_2 w_{\text{max}} A_2 = 0.948 \cdot 1.6 \cdot 0.0200 = 0.0303 \text{ kg/s}$$

Per il calore specifico medio si può assumere un valore pari a 1006 J/(kg·K). Si ottiene così una nuova e più esatta stima della temperatura in uscita, che rappresenta anche la massima temperatura nel sistema.

$$T_2'' = T_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}' c_{p, \text{medio}}} = \frac{700}{0.0303 \cdot 1006} = 333 \text{ K} = 60^\circ\text{C}$$

Il valore ottenuto è prossimo a quello ipotizzato, per cui non è necessario iterare. Se comunque si desiderasse un risultato più accurato, o se le stime di primo tentativo, arbitrarie, fossero state molto diverse dai risultati ottenuti, sulla base della temperatura ultima calcolata si potrebbe stimare un nuovo valore per la densità e, quindi, per la portata in massa, da cui ricavare infine un nuovo valore per la temperatura in efflusso.

– *Commenti*

Se si abbassa la temperatura ambiente, si abbassano in eguale misura tutte le temperature nel sistema e, quindi, anche i rischi di surriscaldamento. A tal scopo, server e workstation vengono spesso tenuti in locali condizionati.

Dato che le massime temperature dell'aria si raggiungono in prossimità della sezione di efflusso, è opportuno posizionare lontano da questa i componenti che soffrono maggiormente i surriscaldamenti (processori, dischi rigidi, ecc.), ed in prossimità di questa i componenti meno delicati (alimentatore/trasformatore, ecc.).

### D.III. Raffreddamento a liquido di un processore

#### – Problema

Un processore ad elevate prestazioni assorbe, in condizioni di massimo carico, una potenza pari a 85 W elettrici. Si determini quale incremento di temperatura subirebbe una portata di acqua di raffreddamento pari a 1.5 L/min.

#### – Dati

Sostanza: acqua

$$\dot{Q} = 85 \text{ W}$$

$$\dot{V} = 1.5 \text{ L/min} = 0.025 \text{ dm}^3/\text{s} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

#### – Determinare

Incremento di temperatura dell'acqua.

#### – Ipotesi

Sistema aperto, condizioni stazionarie.

#### – Soluzione

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita è:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale ed il lavoro di pompaggio del fluido (la pompa è comunque esterna al sistema aperto considerato), l'equazione di bilancio dell'energia assume la seguente forma semplificata:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \rho \dot{V}(h_2 - h_1)$$

Per un liquido, la variazione di entalpia specifica a pressione costante si può stimare come segue:

$$h_2 - h_1 \cong c(T_2 - T_1)$$

La densità e il calore specifico dell'acqua in condizioni ambiente standard si possono assumere pari a 1000 kg/m<sup>3</sup> e 4186 J/(kg·K), rispettivamente. Pertanto, il massimo incremento della temperatura dell'acqua sarà:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{\dot{Q}}{\rho \dot{V} c} = \frac{85}{1000 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 4186} = 0.81^\circ\text{C}$$

– Commenti

L'incremento di temperatura è assai ridotto. Inoltre, la resistenza alla trasmissione del calore tra un liquido e un solido è molto minore che tra un gas e un solido, il che fa sì che la temperatura del dispositivo raffreddato sia molto prossima a quella del liquido che lo lambisce:

$$T_{\text{disp}} = T_{\text{liquido}} + R_{\text{disp-liquido}} \dot{Q}_{\text{disp}} \approx T_{\text{liquido}}$$

Il raffreddamento a liquido è in generale più efficiente di quello ad aria, ma comporta significative complicazioni del sistema: si deve scongiurare il rischio di perdite di liquido, che avrebbero conseguenze deleterie; inoltre, vanno previsti uno scambiatore di calore esterno, per raffreddare l'acqua, ed una pompa per farla circolare.

**D.IV. Compressione di un liquido**

– Problema

Determinare il lavoro specifico e la potenza assorbiti da una pompa che comprime una portata di 1 kg/s di acqua a 25°C, portandone la pressione da 0.1 bar a 14 bar.

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$$

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 0.1 \text{ bar} = 10 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 14 \text{ bar} = 1.4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

– Determinare

Lavoro specifico e potenza assorbite dalla pompa.

– Ipotesi

Liquido incomprimibile.

– Soluzione

Considerando incomprimibile il liquido, si assume che il suo volume non vari significativamente con la pressione e che dipenda invece (come l'energia interna) dalla sola temperatura.

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita è:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Operando in termini di quantità specifiche (per unità di massa del fluido di lavoro), la relazione precedente si può anche riscrivere come:

$$q - \ell = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$



Nel caso in esame, si possono trascurare gli scambi di calore attraverso il corpo della pompa. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole, essendo minime le variazioni di velocità (la sezione di ingresso è generalmente uguale a quella di uscita) e di quota del fluido attraverso la pompa, e vengono quindi trascurate. L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la forma semplificata:

$$-\ell = h_2 - h_1$$

Per determinare il lavoro specifico, è necessario valutare l'entalpia specifica del fluido di lavoro all'inizio e alla fine della compressione. In generale, l'entalpia di un liquido sottoraffreddato (ovvero compresso) può essere correlata all'entalpia del liquido saturo alla stessa temperatura mediante la relazione seguente:

$$h = h_{\ell @ T} + v_{\ell @ T} (p - p_{\text{sat} @ T})$$

Variazioni della temperatura del liquido si possono avere nella pompa per effetto delle dissipazioni viscosive, ma sono tipicamente trascurabili, così come sono trascurabili per i liquidi le variazioni di temperatura legate alle variazioni di pressione. Si ottiene così:

$$\begin{aligned} h_2 - h_1 &= [h_{\ell @ T} + v_{\ell @ T} (p_2 - p_{\text{sat} @ T})] - [h_{\ell @ T} + v_{\ell @ T} (p_1 - p_{\text{sat} @ T})] \\ &\equiv v_{\ell @ T} (p_2 - p_1) \end{aligned}$$

Da tabella si ottiene che, a temperatura 25°C, il volume specifico dell'acqua in condizioni di saturazione (liquido saturo) vale:

$$v_{\ell @ T} = 0.001003 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

Pertanto, il lavoro specifico assorbito dalla pompa vale:

$$-\ell = v_{\ell @ T} (p_2 - p_1) = 1394 \text{ J/kg}$$

Si rammenti che, nelle convenzioni termodinamiche, il lavoro è positivo quando è erogato verso l'esterno, ed è invece negativo quando, come in questo caso, è assorbito dal fluido. Supponendo la pompa ideale, la potenza da essa assorbita vale:

$$\dot{L} = \dot{m} |-\ell| = 1394 \text{ W}$$

– Commenti

Se la pompa non si può considerare ideale, se ne calcola, tipicamente per via sperimentale, un rendimento  $\eta$  (di secondo principio) La potenza effettivamente assorbita si valuta quindi tramite la relazione:

$$\dot{L} = \frac{\dot{L}_{\text{ideale}}}{\eta} = \dot{m} \frac{|-\ell|}{\eta}$$

Il rendimento è  $<1$  per definizione, pertanto la potenza assorbita è sempre maggiore di quella trasferita al fluido. La differenza va in attriti viscosi e produce un riscaldamento del fluido, generalmente trascurabile.

**D.V. Compressione di un vapore surriscaldato**

– Problema

Determinare il lavoro specifico e la potenza assorbita da un compressore che comprime adiabaticamente e reversibilmente una portata di 1.00 kg/s di acqua in condizioni iniziali di vapore saturo secco, portandone la pressione da 3.169 kPa a 14 bar.

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$\dot{m} = 1.00 \text{ kg/s}$$

$$p_1 = 3.169 \text{ kPa} = 3169 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 14 \text{ bar} = 1.4 \text{ MPa} = 1.4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

– Determinare

Lavoro specifico e potenza assorbite dalla pompa.

– Ipotesi

Compressione adiabatica e reversibile.

– Soluzione

Ragionando in termini di quantità specifiche (per unità di massa del fluido di lavoro), l'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita assume la forma:

$$q - \ell = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Nel caso in esame sono nulli per ipotesi gli scambi di calore attraverso il corpo del compressore. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole e vengono quindi trascurate. L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la forma semplificata:

$$- \ell = h_2 - h_1$$

All'inizio della compressione, l'acqua è allo stato di vapore saturo secco. L'entalpia iniziale può essere quindi ottenuta direttamente da tabella:

$$h_1 = h_{v @ 3.169 \text{ kPa}} \equiv h_{v @ 25^\circ\text{C}} = 2547.2 \text{ kJ/kg} = 2.5472 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Per conoscere il valore dell'entalpia specifica alla fine della compressione occorre conoscere il valore di due proprietà termodinamiche intensive, una delle quali è evidentemente la pressione. La seconda proprietà termodinamica intensiva è l'entropia specifica, che si mantiene costante durante la compressione. Infatti, l'equazione di bilancio dell'entropia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita assume la forma:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_2 - s_1) - \sum \frac{\dot{Q}}{T}$$

Se il fluido subisce un processo adiabatico, sono nulli gli scambi termici con l'esterno. Se inoltre il processo è reversibile, è nullo anche il termine relativo alla generazione di entropia per irreversibilità interne. Semplificando di conseguenza la relazione precedente, si desume che una compressione adiabatica e reversibile è anche isoentropica:

$$s_2 = s_1$$

L'entropia specifica iniziale, coincidente con quella finale, può essere ricavata direttamente da tabella:

$$s_1 \equiv s_2 = s_{v@3.169 \text{ kPa}} \equiv s_{v@25^\circ\text{C}} = 8.5580 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 8558.0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Da tabella si ottiene poi che, a pressione  $p_2=1.4 \text{ MPa}$  ed entropia specifica  $8555.6 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , valore vicino abbastanza a quello precedentemente determinato da rendere inutile un'interpolazione lineare, la temperatura  $T_2$  del vapore d'acqua surriscaldato al termine della compressione è pari a  $900^\circ\text{C}$ . Di conseguenza, l'entalpia specifica al termine della compressione vale:

$$h_2 = h_{@1.4 \text{ MPa}\&900^\circ\text{C}} = 4391.5 \text{ kJ}/\text{kg} = 4.3915 \cdot 10^6 \text{ J}/\text{kg}$$

In conclusione, il lavoro specifico assorbito dal compressore vale:

$$-\ell = h_2 - h_1 = 1.8443 \cdot 10^6 \text{ J}/\text{kg} = 1.84 \text{ MJ}/\text{kg}$$

La potenza assorbita vale:

$$\dot{L} = \dot{m} \cdot |-\ell| = 1.84 \cdot 10^6 \text{ W} = 1.84 \text{ MW}$$

– Commenti

Le pompe servono ad incrementare la pressione di un liquido, i compressori ad incrementare la pressione di un gas.

A parità di salto di pressione, il lavoro necessario per comprimere un gas è notevolmente maggiore di quello richiesto per comprimere un liquido.

**D.VI. Vaporizzazione isobara**

– Problema

Determinare la potenza termica da fornire in caldaia ad una portata di  $150 \text{ kg}/\text{min}$  di acqua, inizialmente in condizioni di liquido sotto-raffreddato con temperatura  $25^\circ\text{C}$ , per vaporizzarla completamente e, quindi, surriscaldarla fino ad una temperatura pari a  $900^\circ\text{C}$ . Si assuma che durante tutto il processo la pressione si mantenga costantemente pari a  $14 \text{ bar}$ .

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$\dot{m} = 150 \text{ kg}/\text{min} = 2.5 \text{ kg}/\text{s}$$

$$T_1 = 25^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 900^\circ\text{C}$$

$$p_1 = p_2 = 14 \text{ bar} = 1.4 \text{ MPa}$$

– Determinare

Potenza termica fornita all'acqua.

– Ipotesi

Processo isobaro.

– *Soluzione*

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita ha la forma:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Nel caso in esame, non hanno luogo interazioni con il fluido di tipo lavoro ed il termine relativo è quindi nullo. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole e vengono trascurate.

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

In generale, si ha che per un liquido sotto-raffreddato:

$$h = h_{\ell @ T} + v_{\ell @ T} (p - p_{\text{sat} @ T})$$

Da tabella si ricava che l'entalpia specifica ed il volume specifico del liquido saturo alla temperatura iniziale sono rispettivamente pari a:

$$h_{\ell,1} = h_{\ell @ 25^\circ\text{C}} = 104.89 \text{ kJ/kg} = 104.89 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$v_{\ell,1} = v_{\ell @ 25^\circ\text{C}} = 0.001003 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Inoltre, la pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura iniziale è pari a:

$$p_{\text{sat},1} = p_{\text{sat} @ 25^\circ\text{C}} = 3.169 \text{ kPa} = 3169 \text{ Pa}$$

L'entalpia iniziale vale quindi:

$$h_1 = h_{\ell,1} + v_{\ell,1} (p_1 - p_{\text{sat},1}) = 118.93 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Alla pressione del processo e alla temperatura finale si ottiene, dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato, il seguente valore di entalpia specifica:

$$h_2 = h_{@ 1.4 \text{ MPa} \& 900^\circ\text{C}} = 4391.5 \text{ kJ/kg} = 4.3915 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Il calore fornito all'acqua per unità di massa del fluido fluente è pari a:

$$q = h_2 - h_1 = 4.2726 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Infine, la potenza termica da fornire in caldaia all'acqua è pari a:

$$\dot{Q} = \dot{m}q = 10.7 \cdot 10^6 \text{ W} = 10.7 \text{ MW}$$

– *Commenti*

I processi in caldaia sono attuati mediante valvole, controllando le pressioni piuttosto che le temperature.

**D.VII. Condensazione isoterma di una miscela saturo liquido-vapore**

– *Problema*

Si deve condensare una portata pari a 18 kg/hr di una miscela saturo liquido-vapore (ovvero di vapore saturo umido) a titolo iniziale pari al 98%, in modo che il titolo finale sia non superiore al 5%. Il processo deve avvenire a temperatura costantemente pari a 50°C.

Determinare la potenza termica che si deve sottrarre all'acqua durante la condensazione.

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$\dot{m} = 18 \text{ kg/hr} = 0.005 \text{ kg/s}$$

$$x_1 = 98\% = 0.98$$

$$x_2 \leq 5\% = 0.05$$

$$T_1 = T_2 = 50^\circ\text{C}$$

– Determinare

Potenza termica di condensazione.

– Ipotesi

Processo isoterma.

– Soluzione

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario a un ingresso e una uscita ha la forma:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[ h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

Nel caso in esame, non hanno luogo interazioni con il fluido di tipo lavoro ed il termine relativo è quindi nullo. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole e vengono trascurate.

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1)$$

L'entalpia specifica di un vapore saturo si valuta, in funzione delle entalpie del liquido saturo e del vapore saturo secco, mediante la seguente relazione:

$$h = h_\ell + x(h_v - h_\ell)$$

Da tabella si ricava che, alla temperatura a cui avviene il processo di condensazione, l'entalpia specifica del liquido saturo e l'entalpia specifica del vapore saturo secco valgono, rispettivamente:

$$h_\ell = h_{\ell@50^\circ\text{C}} = 209.33 \text{ kJ/kg} = 209.33 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$h_v = h_{v@50^\circ\text{C}} = 2592.1 \text{ kJ/kg} = 2592.1 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Pertanto, le entalpie specifiche iniziale e finale del vapore d'acqua sono pari a:

$$h_1 = h_\ell + x_1(h_v - h_\ell) = 2544 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$h_2 = h_\ell + x_2(h_v - h_\ell) = 328.5 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Il calore da sottrarre all'unità di massa di vapore d'acqua è pari a:

$$q = h_2 - h_1 = -2.22 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = -2.22 \text{ MJ/kg}$$

Infine, la potenza termica di condensazione è in valore assoluto pari a:

$$\dot{Q} = \dot{m}|q| = 11.1 \cdot 10^3 \text{ W} = 11.1 \text{ kW}$$

– Commenti

Nelle convenzioni termodinamiche il calore è positivo se assorbito, negativo se ceduto.

**D.VIII. Espansione adiabatica reversibile**– Problema

Determinare il lavoro specifico e la potenza meccanica ottenibili attraverso l'espansione adiabatica e reversibile in turbina di una portata di 100 g/s di vapore d'acqua surriscaldato, che parte da una pressione iniziale pari a 14.0 bar e, al termine dell'espansione, si viene a trovare a pressione 1.00 atm ed in condizioni di vapore saturo con titolo 96.4%.

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$\dot{m} = 100 \text{ kg/s} = 0.100 \text{ kg/s}$$

$$p_1 = 14.0 \text{ bar} = 1.40 \text{ MPa} = 1.40 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 1.00 \text{ atm} = 101.3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$x_2 = 96.4\% = 0.964$$

– Determinare

Lavoro specifico e potenza.

– Ipotesi

Espansione adiabatica reversibile.

– Soluzione

Ragionando in termini di quantità specifiche (per unità di massa del fluido di lavoro), l'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso ed una uscita assume la forma:

$$q - \ell = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Nel caso in esame, si trascurano per ipotesi gli scambi di calore attraverso il corpo della turbina. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole e vengono trascurate. L'equazione di bilancio dell'energia assume pertanto la forma semplificata:

$$-\ell = h_2 - h_1$$

Alla fine dell'espansione, l'acqua è allo stato di vapore saturo umido, stato in cui l'entalpia specifica si valuta a partire dalle entalpie del liquido saturo e del vapore saturo secco mediante la seguente relazione:

$$h = h_\ell + x(h_v - h_\ell)$$

Da tabella si ricava che, alla pressione finale a cui si giunge attraverso il processo di espansione, l'entalpia specifica del liquido saturo e l'entalpia specifica del vapore saturo secco valgono, rispettivamente:

$$h_\ell = h_{\ell @ 1 \text{ atm}} = 419.04 \text{ kJ/kg} = 419.04 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$h_v = h_{v @ 1 \text{ atm}} = 2676.1 \text{ kJ/kg} = 2676.1 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Pertanto, l'entalpia specifica finale del vapore d'acqua è pari a:

$$h_2 = h_\ell + x_2(h_v - h_\ell) = 2594.8 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

Per conoscere il valore dell'entalpia specifica all'inizio dell'espansione occorre conoscere il valore di due proprietà termodinamiche intensive, una delle quali è evidentemente la pressione. La seconda proprietà termodinamica intensiva è l'entropia specifica, che si mantiene costante durante tutta il processo di espansione. Infatti, l'equazione di bilancio dell'entropia per un flusso stazionario ad un ingresso e una uscita assume la forma:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_2 - s_1) - \sum \frac{\dot{Q}}{T}$$

Se il fluido subisce un processo adiabatico, sono nulli gli scambi termici con l'esterno; se inoltre il processo è reversibile, è nullo anche il termine relativo alla generazione di entropia per irreversibilità interne. Semplificando di conseguenza la relazione precedente, si desume che un'espansione adiabatica e reversibile è anche isoentropica:

$$s_2 = s_1$$

L'entropia specifica iniziale si valuta, in funzione delle entropie del liquido saturo e del vapore saturo secco, mediante la seguente relazione:

$$s = s_\ell + x(s_v - s_\ell)$$

Da tabella si ricava che, alla pressione finale a cui si giunge attraverso il processo di espansione, l'entropia specifica del liquido saturo e l'entropia specifica del vapore saturo secco valgono, rispettivamente:

$$s_\ell = s_{\ell @ 1 \text{ atm}} = 1306.9 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$s_v = s_{v @ 1 \text{ atm}} = 7354.9 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Pertanto, l'entropia specifica finale, coincidente con quella iniziale, è pari a:

$$s_2 = s_1 = s_\ell + x_2(s_v - s_\ell) = 7137.2 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Da tabella si ottiene che, a pressione 1.4 MPa ed entropia 7136.0 J/(kg·K) (valore questo prossimo a sufficienza a quello precedentemente determinato da rendere inutile un'interpolazione lineare), la temperatura del vapore d'acqua surriscaldato è pari a 350°C e, quindi, che l'entalpia specifica all'inizio dell'espansione vale:

$$h_1 = h_{@ 1.4 \text{ MPa} \& 350^\circ \text{C}} = 3149.5 \text{ kJ/kg} = 3.1495 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

In conclusione, il lavoro specifico erogato è:

$$-\ell = h_2 - h_1 = -0.555 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 555 \text{ kJ/kg}$$

La potenza erogata dalla turbina vale:

$$\dot{L} = \dot{m} |-\ell| = 55.5 \cdot 10^3 \text{ W} = 55.5 \text{ kW}$$

## D.IX. Misura del titolo mediante laminazione adiabatica

### – *Problema*

Stimare il titolo di una miscela saturo liquido-vapor d'acqua a temperatura 195°C sapendo che, dopo essere stato sottoposta ad un processo di laminazione adiabatica, l'acqua viene a trovarsi nello stato di vapore surriscaldato a temperatura 120°C e pressione 1 bar.

– Dati

Fluido di lavoro: acqua

$$T_1 = 195^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 120^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 1 \text{ bar} = 0.1 \text{ MPa}$$

– Determinare

Titolo.

– Ipotesi

Laminazione adiabatica.

– Soluzione

L'equazione di bilancio dell'energia per un flusso stazionario ad un ingresso e una uscita è:

$$q - \ell = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Nel caso in esame si trascurano per ipotesi gli scambi di calore, essendo la laminazione sufficientemente rapida da poterla considerare adiabatica, mentre non si verificano interazioni di tipo lavoro e, di conseguenza, il termine relativo è nullo. Inoltre, le variazioni di energia cinetica ed energia potenziale sono verosimilmente piccole e vengono trascurate. Se ne ricava che l'entalpia specifica alla fine di un processo di laminazione adiabatica è uguale all'entalpia specifica iniziale:

$$h_2 = h_1$$

L'entalpia specifica finale può essere ricavata dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato. Alla pressione finale data (0.1 MPa) si ha che:

$$T_A = 100^\circ\text{C}$$

$$h_{2,A} = h_{@p_2 \& T_A} = 2676.2 \text{ kJ/kg}$$

$$T_B = 150^\circ\text{C}$$

$$h_{2,B} = h_{@p_2 \& T_B} = 2776.4 \text{ kJ/kg}$$

Per interpolazione lineare dei dati precedenti si ottiene che, alla temperatura finale data (120°C), l'entalpia specifica vale:

$$h_2 = h_{@p_2 \& T_2} = h_{2,A} + (h_{2,B} - h_{2,A}) \cdot \frac{T - T_A}{T_B - T_A} = 2716.3 \text{ kJ/kg}$$

D'altra parte, l'entalpia specifica iniziale del vapore saturo, coincidente con quella finale del vapore surriscaldato, è legata al titolo iniziale attraverso la relazione seguente:

$$h_1 = h_2 = h_{1,\ell} + x_1 (h_{1,v} - h_{1,\ell})$$

Le entalpie specifiche del liquido saturo e del vapore saturo secco alla temperatura iniziale si ricavano da tabella:

$$h_{1,\ell} = h_{\ell @ T_1} = 829.98 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{1,v} = h_{v @ T_1} = 2790.0 \text{ kJ/kg}$$

In conclusione, il titolo del vapore saturo da caratterizzare vale:



$$x_1 = \frac{h_1 - h_{1,\ell}}{h_{1,v} - h_{1,\ell}} = 0.962 = 96.2\%$$

– Commenti

In una laminazione adiabatica, l'entalpia iniziale è uguale a quella finale. Questo non implica però che l'entalpia si mantenga costante durante tutta la trasformazione

Nei processi termodinamici, i parametri più facilmente misurabili sono la temperatura e la pressione. Tuttavia, la conoscenza anche simultanea di tali quantità è di per sé insufficiente per caratterizzare completamente una miscela satura liquido-vapore. Per valutare il titolo di un vapore saturo è infatti necessaria la conoscenza di un'altra proprietà termodinamica intensiva come il volume specifico, l'energia interna specifica, l'entalpia specifica o l'entropia specifica. Tali proprietà sono però difficili da misurare se si ha a che fare con un processo ciclico, in cui si ha una portata più o meno continua di fluido. Per determinare il titolo si può allora ricorrere al metodo sopra illustrato, che è messo in pratica spillando una piccola quantità della miscela satura liquido-vapore e sottoponendola ad un processo di laminazione adiabatica. Tale metodo presenta implementazione relativamente semplice e, soprattutto, richiede semplici misure di pressione e di temperatura.

Il vapore surriscaldato che risulta dalla laminazione adiabatica presenta la stessa entalpia della miscela satura iniziale. Si potrebbe quindi pensare di ricavarne energia meccanica attraverso un processo di espansione come quello descritto nel problema D.VIII. Ciò non è in realtà vero, poiché, durante la laminazione, l'energia dell'acqua ha subito una degradazione irreversibile. La conferma è data dall'incremento che l'entropia dell'acqua ha subito, data dalla differenza tra entropia finale ed entropia iniziale.

L'entropia iniziale della miscela satura liquido-vapore si può valutare come segue:

$$s_{1,\ell} = s_{\ell @ T_1} = 2.2835 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{1,v} = s_{v @ T_1} = 6.4698 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_1 = s_{1,\ell} + x_1 (s_{1,v} - s_{1,\ell}) = 6.3123 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

L'entropia specifica finale può essere ricavata dalle tabelle delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato. Alla pressione finale data (0.1 MPa) si ha che:

$$T_A = 100^\circ\text{C}$$

$$s_{2,A} = s_{@ p_2 \& T_A} = 7.3614 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$T_B = 150^\circ\text{C}$$

$$s_{2,B} = s_{@ p_2 \& T_B} = 7.6134 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Per interpolazione lineare dei dati precedenti si ottiene che, alla temperatura finale data (120°C), l'entropia specifica vale:

$$s_2 = s_{@ p_2 \& T_2} = s_{2,A} + (s_{2,B} - s_{2,A}) \cdot \frac{T - T_A}{T_B - T_A} = 7.2606 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Si verifica che l'entropia è aumentata durante la laminazione adiabatica ( $s_2 > s_1$ ). A ciò corrisponde una generazione di entropia per irreversibilità interne, valutabile applicando al processo di laminazione adiabatica l'equazione di bilancio antropico per un sistema aperto ad una corrente in ingresso ed una corrente in uscita, operante in condizioni stazionarie:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_2 - s_1) - \sum \frac{\dot{Q}}{T}$$

Poiché la laminazione è adiabatica, l'ultimo termine a secondo membro è nullo. In definitiva, l'entropia generata per unità di massa di fluido a causa di irreversibilità interne al processo vale:

$$s_{\text{gen}} = \frac{\dot{S}_{\text{gen}}}{\dot{m}} = s_2 - s_1 = 0.9483 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

### D.X. Ciclo Rankine ideale senza surriscaldamento

– Problema

Si consideri una locomotiva a vapore, il cui motore implementa un ciclo di Rankine ideale, senza surriscaldamento, ed impiega acqua come fluido di lavoro. La pressione in caldaia è pari a 3 bar, mentre la pressione di condensazione è pari a 1.0133 bar. La portata di acqua nel sistema è pari a 12 kg/min. Determinare:

- il titolo al termine dell'espansione adiabatica reversibile
- la potenza netta erogata
- la potenza termica assorbita durante il passaggio in caldaia
- il rendimento di primo principio del ciclo

Risolvere il problema analiticamente e rappresentare graficamente il processo, indicando inoltre le ipotesi di lavoro formulate.

– Dati

fluido di lavoro: acqua

$$p_{\text{caldaia}} = 3 \text{ bar} = 0.3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{condensatore}} = 1.0133 \text{ bar} = 0.10133 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\dot{m} = 12 \text{ kg/min} = 0.20 \text{ kg/s}$$

– Determinare

Vedi testo.

– Ipotesi

Ciclo ideale  $\Rightarrow$  processi internamente reversibili.

Singoli componenti  $\Rightarrow$  sistemi aperti in condizioni stazionarie.

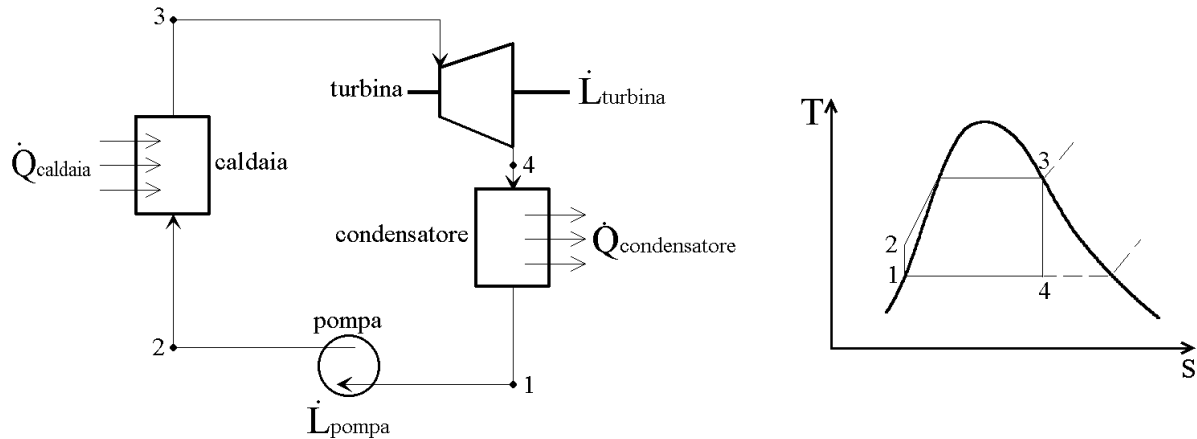
Variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili.

Pompa e turbina adiabatiche.

Nella pompa entra liquido saturo, nella turbina vapore saturo secco.

– Soluzione

L'architettura del sistema ed il ciclo a cui viene sottoposto il fluido di lavoro sono rappresentati di seguito.



Per risolvere il problema, è necessario individuare gli stati del fluido di lavoro all'inizio e alla fine di ogni trasformazione, vale a dire all'ingresso e all'uscita di ogni componente, e quindi determinare i corrispondenti valori dell'entalpia specifica. Infatti, schematizzando i singoli componenti del ciclo come sistemi aperti a due correnti in condizioni stazionarie, in cui si trascurano le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume per tutti la forma:

$$\dot{m}\Delta h = \dot{Q} - \dot{L}$$

ovvero

$$\Delta h = q - \ell$$

Lo stato in 1 è per ipotesi quello di liquido saturo. La temperatura di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in pressione delle proprietà dell'acqua satura.

$$p_1 = p_{\text{condensatore}} = 0.10133 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow \begin{aligned} T_1 &= T_{\text{sat}@p_1} = 100.00^\circ\text{C} = 373.15 \text{ K} \\ h_1 &= h_{\ell@p_1} = 419.04 \text{ kJ/kg} = 0.41904 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

La pompa comprime il liquido adiabaticamente e reversibilmente, per cui sono da considerarsi nulli gli scambi termici con l'esterno e le dissipazioni viscosse. La variazione di temperatura dell'acqua è quindi legata alla sola variazione di pressione ed è tipicamente trascurabile (nel diagramma T-s è amplificata notevolmente per ragioni di chiarezza). Il liquido sottoraffreddato in 2 si trova così ad una temperatura praticamente coincidente con quella del liquido saturo in 1, per cui le sue proprietà possono essere stimate come segue:

$$\begin{aligned} p_2 = p_{\text{caldaia}} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa} &\Rightarrow v_2 \cong v_1 = v_{\ell@T_1} = 1.044 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_2 \cong T_1 = 373.15 \text{ K} &\Rightarrow h_2 = h_1 + v_1(p_2 - p_1) = 0.41925 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Lo stato 3 è per ipotesi quello di vapore saturo secco. Pertanto, si possono ricavare dalla tabella in pressione dell'acqua satura la temperatura di saturazione e le proprietà del vapore.

$$p_3 = p_{\text{caldaia}} = 0.3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow \begin{aligned} T_3 &= T_{\text{sat}@p_3} = 133.55^\circ\text{C} = 406.70 \text{ K} \\ h_3 &= h_{v@p_3} = 2725.3 \text{ kJ/kg} = 2.7253 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

In 4 si ha una miscela saturo di liquido e vapore d'acqua, di cui non sono noti a priori il titolo e, di conseguenza, l'entalpia specifica. Considerando però che nella turbina, che è un sistema aperto a due correnti operante in condizioni stazionarie, si realizza un'espansione adiabatica e reversibile, si ricava dall'equazione di bilancio entropico dei sistemi aperti (cfr. D.VIII):

$$s_4 = s_3 = s_{v@p_3} = 6.9919 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Ma all'entropia della miscela saturo liquido-vapore in 4 si applica anche la relazione:

$$s_4 = s_{\ell @ T_4} + x_4 (s_{v @ T_4} - s_{\ell @ T_4})$$

in cui i valori dell'entropia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco possono essere ricavati dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'acqua satura:

$$s_{\ell @ 100^\circ\text{C}} = 1.3069 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{v @ 100^\circ\text{C}} = 7.3549 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Da ciò si ricava che il titolo al termine dell'espansione vale:

$$x_4 = \frac{s_4 - s_{\ell @ T_4}}{s_{v @ T_4} - s_{\ell @ T_4}} = \frac{6.9919 - 1.3069}{7.3549 - 1.3069} = 0.94 = 94\%$$

Anche i valori dell'entalpia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco possono essere ricavati dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'acqua satura:

$$h_{\ell @ 100^\circ\text{C}} = 419.04 \text{ kJ/kg} = 0.41904 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$h_{v @ 100^\circ\text{C}} = 2676.1 \text{ kJ/kg} = 2.6761 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

In definitiva, l'entalpia specifica della miscela saturo in 4 vale:

$$h_4 = h_{\ell @ T_4} + x_4 (h_{v @ T_4} - h_{\ell @ T_4}) = 2.5406 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Applicando alla turbina, che opera adiabaticamente, l'equazione di bilancio di sistema aperto, si ottiene:

$$\dot{L}_{\text{turbina}} = -\dot{m}(h_4 - h_3) \equiv \dot{m}(h_3 - h_4) = 36934 \text{ W} = 37 \text{ kW}$$

Il valore ottenuto è positivo in quanto la potenza è erogata verso l'esterno del sistema.

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto alla pompa, che pure opera adiabaticamente, si ottiene:

$$|\dot{L}_{\text{pompa}}| = |-\dot{m}(h_2 - h_1)| \equiv \dot{m}(h_2 - h_1) = 41 \text{ W}$$

Senza l'operazione di valore assoluto, la potenza meccanica scambiata nella pompa risulterebbe negativa in quanto assorbita dal fluido.

La potenza meccanica netta erogata dal ciclo vale quindi:

$$\dot{L}_{\text{turbina}} - |\dot{L}_{\text{pompa}}| = 36893 \text{ W} = 37 \text{ kW}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto alla caldaia, in cui non sono presenti dispositivi che scambiano lavoro meccanico col fluido, si ottiene:

$$\dot{Q}_{\text{caldaia}} = \dot{m}(h_3 - h_2) = 461211 \text{ W} = 461 \text{ kW}$$

Il valore ottenuto è positivo in quanto la potenza è assorbita dal fluido. Applicando la medesima equazione di bilancio al condensatore, si ottiene:

$$|\dot{Q}_{\text{condensatore}}| = |\dot{m}(h_1 - h_4)| \equiv \dot{m}(h_4 - h_1) = 424318 \text{ W} = 424 \text{ kW}$$

Senza l'operazione di valore assoluto, la potenza termica scambiata nel condensatore risulterebbe negativa in quanto ceduta dal fluido.

Infine, il rendimento di primo principio del ciclo, dato dal rapporto tra potenza meccanica netta erogata e potenza termica assorbita in caldaia, vale:

$$\frac{\dot{L}_{\text{turbina}} - |\dot{L}_{\text{pompa}}|}{\dot{Q}_{\text{caldaia}}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \equiv \frac{(h_3 - h_2) - (h_4 - h_1)}{(h_3 - h_2)} = \frac{\dot{Q}_{\text{caldaia}} - |\dot{Q}_{\text{condensatore}}|}{\dot{Q}_{\text{caldaia}}} = 0.080 = 8\%$$

– Commenti

I primi motori a vapore non erano molto efficienti.

La potenza assorbita dalla pompa è in prima approssimazione trascurabile rispetto a quella erogata dalla turbina.

Nelle locomotive, per ridurre le masse da movimentare e semplificare il sistema, il vapore saturo al termine dell'espansione veniva scaricato in atmosfera anziché essere inviato in un condensatore, mentre il liquido da comprimere e poi vaporizzare in caldaia era prelevato da un serbatoio (da riempire ad ogni stazione). Inoltre, anziché in una turbina, l'espansione avveniva generalmente in dispositivi a moto alternativo.

**D.XI. Ciclo Rankine ideale con surriscaldamento**

– Problema

Si consideri un ciclo di Rankine ideale con surriscaldamento, in cui il fluido di lavoro è acqua. Siano 25 kPa la pressione nel condensatore, in cui il l'acqua entra in stato di miscela satura liquido-vapore con titolo 98.2%, e 20 bar la pressione in caldaia. La potenza termica assorbita dal fluido durante il passaggio in caldaia è pari a 50 MW. Determinare:

- a) la temperatura del vapore al termine del surriscaldamento
- b) la portata di vapore
- c) la potenza netta ottenuta dal ciclo
- d) il rendimento di primo principio del ciclo

Risolvere il problema analiticamente e rappresentare graficamente il processo, indicando inoltre le ipotesi di lavoro formulate.

– Dati

fluido di lavoro: acqua

$$p_{\text{condensatore}} = 25 \text{ kPa} = 25 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$x_{\text{condensatore}} = 98.2\% = 0.982$$

$$p_{\text{caldaia}} = 20 \text{ bar} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\dot{Q}_{\text{caldaia}} = 50 \text{ MW} = 50 \cdot 10^6 \text{ W}$$

– Determinare

Vedi testo.

– Ipotesi

Ciclo ideale  $\Rightarrow$  processi internamente reversibili.

Singoli componenti  $\Rightarrow$  sistemi aperti in condizioni stazionarie.

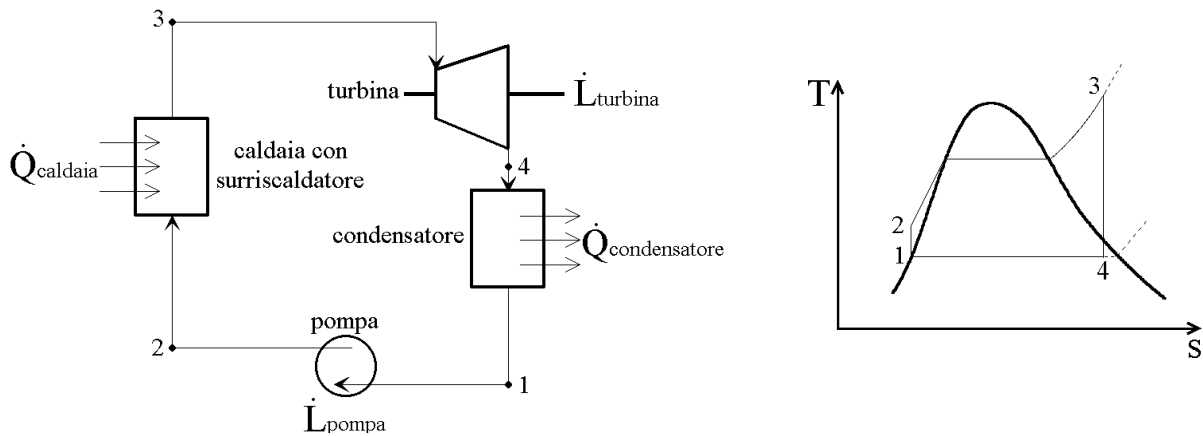
Variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili.

Pompa e turbina adiabatiche.

Nella pompa entra liquido saturo.

– Soluzione

L'architettura del sistema ed il ciclo a cui viene sottoposto il fluido di lavoro sono rappresentati di seguito.



Per risolvere il problema, è necessario individuare gli stati del fluido di lavoro all'inizio e alla fine di ogni trasformazione, vale a dire all'ingresso e all'uscita di ogni componente, e quindi determinare i corrispondenti valori dell'entalpia specifica. Infatti, schematizzando i singoli componenti del ciclo come sistemi aperti a due correnti in condizioni stazionarie, in cui si trascurano le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume per tutti la forma:

$$\dot{m}\Delta h = \dot{Q} - \dot{L} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta h = q - \ell$$

Lo stato in 1 è per ipotesi quello di liquido saturo. Pertanto, la temperatura di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in pressione delle proprietà dell'acqua saturo.

$$p_1 = p_{\text{condensatore}} = 25 \cdot 10^3 \text{ Pa} \Rightarrow \begin{aligned} T_1 &= T_{\text{sat}@p_1} = 64.97^\circ\text{C} = 338.12 \text{ K} \\ h_1 &= h_{\ell}@p_1 = 271.93 \text{ kJ/kg} = 0.27193 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

La pompa comprime il liquido adiabaticamente e reversibilmente, per cui sono da considerarsi nulli gli scambi termici con l'esterno e le dissipazioni viscosse. La variazione di temperatura dell'acqua è quindi legata alla sola variazione di pressione ed è tipicamente trascurabile (nel diagramma T-s è amplificata notevolmente per ragioni di chiarezza). Il liquido sottoraffreddato in 2 si trova così ad una temperatura praticamente coincidente con quella del liquido saturo in 1, per cui le sue proprietà possono essere stimate come segue:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_{\text{caldaia}} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow v_2 \cong v_1 = v_{\ell}@T_1 = 1.020 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_2 &\cong T_1 = 338.12 \text{ K} \Rightarrow h_2 = h_1 + v_1(p_2 - p_1) = 0.2739 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Per lo stato 4 è nota la pressione, ma non la temperatura. Considerando però che nella turbina, che è un sistema aperto a due correnti operante in condizioni stazionarie, si realizza un'espansione adiabatica e reversibile, si ricava dall'equazione di bilancio entropico dei sistemi aperti (cfr. D.VIII):

$$s_3 = s_4$$

Ma all'entropia della miscela saturo liquido-vapore in 4 si applica la relazione:

$$s_4 = s_{\ell}@p_4 + x_4(s_{v}@p_4 - s_{\ell}@p_4)$$

in cui i valori dell'entropia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco possono essere ricavati dalla tabella in pressione delle proprietà dell'acqua saturo:

$$s_{\ell @ 25 \text{ kPa}} = 0.8931 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$s_{\text{v} @ 25 \text{ kPa}} = 7.8314 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Da ciò si ricava che l'entropia specifica in 4 e, quindi, in 3 vale:

$$s_4 = s_3 = 0.8931 + 0.982 \cdot (7.8314 - 0.8931) = 7706.5 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Dalla tabella delle proprietà del vapore d'acqua surriscaldato si ottiene così che, a pressione 2.0 MPa ed entropia 7.7024 kJ/(kg·K) (valore questo prossimo a sufficienza a quello precedentemente determinato da rendere inutile un'interpolazione lineare), la temperatura del vapore d'acqua surriscaldato è pari a 600°C e, quindi, che l'entalpia specifica all'inizio dell'espansione vale:

$$h_3 = h_{@ 2.0 \text{ MPa} \& 600^\circ\text{C}} = 3690.1 \text{ kJ/kg} = 3.6901 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Per ciò che concerne la miscela saturo di liquido e vapore in 4, i valori dell'entalpia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco alla pressione nel condensatore possono essere ricavati dalla tabella in pressione delle proprietà dell'acqua saturo.

$$h_{\ell @ 25 \text{ kPa}} = 271.93 \text{ kJ/kg} = 0.27193 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$h_{\text{v} @ 25 \text{ kPa}} = 2618.2 \text{ kJ/kg} = 2.6182 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

In definitiva, l'entalpia specifica della miscela saturo in 4 vale:

$$h_4 = h_{\ell @ p_4} + x_4 (h_{\text{v} @ p_4} - h_{\ell @ p_4}) = 2.5760 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto alla caldaia, in cui non sono presenti dispositivi che scambiano lavoro meccanico col fluido, si ottiene:

$$\dot{Q}_{\text{caldaia}} = \dot{m}(h_3 - h_2)$$

da cui si può ricavare la portata in massa di fluido:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{\text{caldaia}}}{(h_3 - h_2)} = \frac{50 \cdot 10^6}{(3.6901 \cdot 10^6 - 0.2739 \cdot 10^6)} = 14.64 \text{ kg/s}$$

Applicando alla turbina, che opera adiabaticamente, l'equazione di bilancio di sistema aperto, si ottiene:

$$\dot{L}_{\text{turbina}} = -\dot{m}(h_4 - h_3) \equiv \dot{m}(h_3 - h_4) = 16.3 \cdot 10^6 \text{ W} = 16.3 \text{ MW}$$

Il valore ottenuto è positivo in quanto la potenza è erogata verso l'esterno.

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto alla pompa, che pure opera adiabaticamente, si ottiene:

$$|\dot{L}_{\text{pompa}}| = |-\dot{m}(h_2 - h_1)| \equiv \dot{m}(h_2 - h_1) = 29.5 \cdot 10^3 \text{ W} = 29.5 \text{ kW}$$

La potenza meccanica netta erogata dal ciclo vale quindi:

$$\dot{L}_{\text{turbina}} - |\dot{L}_{\text{pompa}}| = 16.3 \cdot 10^6 \text{ W} = 16.3 \text{ MW}$$

Infine, il rendimento di primo principio del ciclo, dato dal rapporto tra potenza meccanica netta erogata e potenza termica assorbita in caldaia, vale:

$$\frac{\dot{L}_{\text{turbina}} - |\dot{L}_{\text{pompa}}|}{\dot{Q}_{\text{caldaia}}} = 0.326 = 32.6\%$$

**D.XII. Ciclo frigorifero ideale a R134a**

– Problema

Si consideri un sistema di refrigerazione che implementa un ciclo frigorifero ideale con Refrigerante 134a. L’ambiente refrigerato si trova a  $-4^{\circ}\text{C}$ , l’ambiente caldo a  $35.53^{\circ}\text{C}$ . La portata in massa del refrigerante è  $10\text{ g/s}$ . Determinare:

- a) il titolo del fluido frigorifero al termine della laminazione
- b) la potenza assorbita dal compressore
- c) il potere refrigerante del sistema frigorifero
- d) il coefficiente di prestazione del sistema frigorifero

Risolvere il problema analiticamente e rappresentare graficamente il processo, indicando inoltre le ipotesi di lavoro formulate.

– Dati

fluido di lavoro: Freon R134a

$T_F = -4^{\circ}\text{C} = 269.15\text{ K}$

$T_C = 35.53^{\circ}\text{C} = 308.68\text{ K}$

$\dot{m} = 10\text{ g/s} = 0.010\text{ kg/s}$

– Determinare

Vedi testo.

– Ipotesi

Ciclo ideale  $\Rightarrow$  processi internamente reversibili (eccetto la laminazione).

Singoli componenti  $\Rightarrow$  sistemi aperti in condizioni stazionarie.

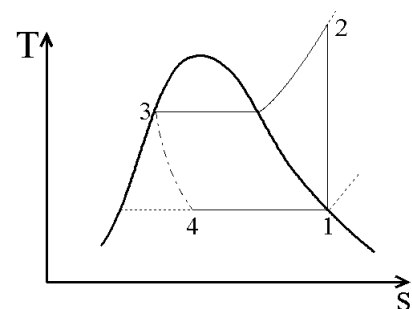
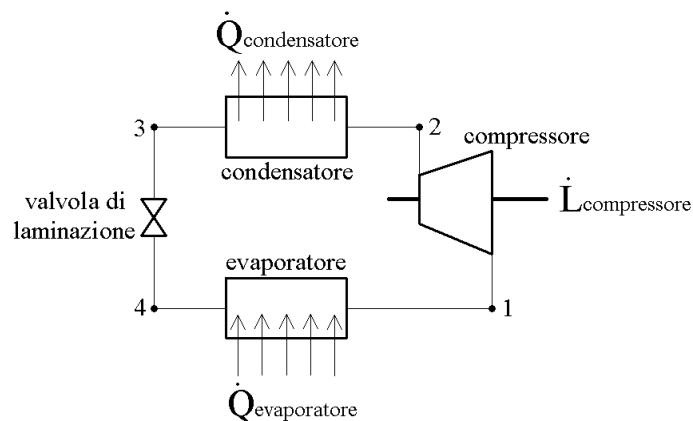
Variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili.

Compressore e valvola di laminazione adiabatici.

Nel compressore entra vapore saturo secco, dal condensatore esce liquido saturo.

– Soluzione

L’architettura del sistema ed il ciclo a cui viene sottoposto il fluido di lavoro sono rappresentati di seguito.



Per risolvere il problema, è necessario individuare gli stati del fluido di lavoro all’inizio e alla fine di ogni trasformazione, vale a dire all’ingresso e all’uscita di ogni componente, e



determinare i corrispondenti valori dell'entalpia specifica. Schematizzando i singoli componenti del ciclo come sistemi aperti a due correnti in condizioni stazionari, in cui si trascurano le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume per tutti la forma:

$$\dot{m}\Delta h = \dot{Q} - \dot{L} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta h = q - \ell$$

Lo stato in 1 è per ipotesi quello di vapore saturo secco. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'R134a saturo:

$$T_1 = T_{\text{evaporatore}} = -4^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{aligned} p_1 &= p_{\text{sat}@T_1} = 0.25274 \text{ MPa} = 0.25274 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ h_1 &= h_{v@T_1} = 244.90 \text{ kJ/kg} = 0.24490 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Poiché il processo di condensazione è isobaro, la pressione in 2, all'uscita del compressore e all'ingresso del condensatore, sarà pari alla pressione di condensazione. Questa può essere desunta dalla temperatura di condensazione impiegando le tabelle delle proprietà dell'R134a saturo. In particolare, si verifica dalla tabella in pressione delle proprietà dell'R134a saturo che:

$$T_{\text{condensatore}} = 35.53^\circ\text{C} \Rightarrow p_2 = p_3 = p_{\text{sat}@35.53^\circ\text{C}} = 0.90 \text{ MPa} = 0.90 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

La temperatura al termine della compressione rimane tuttavia incognita. Considerando però che nel compressore, che è un sistema aperto a due correnti operante in condizioni stazionarie, si realizza una compressione adiabatica e reversibile, si ricava dall'equazione di bilancio entropico dei sistemi aperti (cfr. D.V) che la trasformazione è anche isoentropica. Dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'R134a saturo si ricava quindi

$$s_2 = s_1 = s_{v@-4^\circ\text{C}} = 0.9213 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Dalle tabelle delle proprietà dell' R134a si ottiene così che, a pressione 0.90 MPa ed entropia 0.9217 kJ/(kg·K) (valore questo prossimo a sufficienza a quello precedentemente determinato da rendere inutile un'interpolazione lineare), il vapore surriscaldato alla fine della compressione presenta temperatura pari a 40°C e, quindi, che la sua entalpia specifica vale:

$$h_2 = h_{@0.90 \text{ MPa}\&40^\circ\text{C}} = 271.25 \text{ kJ/kg} = 0.27125 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Lo stato in 3 è per ipotesi quello di liquido saturo. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in pressione delle proprietà dell'R134a saturo:

$$p_3 = p_{\text{condensatore}} = 0.90 \text{ MPa} \Rightarrow h_3 = h_{\ell@0.90 \text{ MPa}} = 99.56 \text{ kJ/kg} = 0.09956 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Infine, dall'equazioni di bilancio energetico dei sistemi aperti si ricava che una laminazione adiabatica è anche isoentalpica (cfr. D.IX). Si ha pertanto:

$$h_4 = h_3 = 99.56 \text{ kJ/kg} = 0.09956 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Per ciò che concerne la valutazione del titolo al termine della laminazione, si consideri che per l'entalpia specifica della miscela satura liquido-vapore in 4 vale la relazione:

$$h_4 = h_{\ell@T_4} + x_4 (h_{v@T_4} - h_{\ell@T_4})$$

in cui i valori dell'entalpia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco alla temperatura nell'evaporatore possono essere ricavati dalla tabella in temperatura delle proprietà dell' R134a saturo:

$$h_{\ell@-4^\circ\text{C}} = 44.75 \text{ kJ/kg} = 0.04475 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$h_{v@-4^\circ\text{C}} = 244.90 \text{ kJ/kg} = 0.24490 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Da ciò si ricava che il titolo al termine dell'espansione vale:

$$x_4 = \frac{h_4 - h_{\ell @ T_4}}{h_{v @ T_4} - h_{\ell @ T_4}} = \frac{99.56 - 44.75}{244.90 - 44.75} = 0.27 = 27\%$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto al compressore, che opera adiabaticamente, si ottiene:

$$|\dot{L}_{\text{compressore}}| = |\dot{m}(h_2 - h_1)| \equiv \dot{m}(h_2 - h_1) = 264 \text{ W}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto all'evaporatore, in cui non sono presenti dispositivi che scambiano lavoro meccanico col fluido, si ottiene il potere refrigerante del sistema:

$$\dot{Q}_{\text{evaporatore}} = \dot{m}(h_1 - h_4) = 1453 \text{ W}$$

Infine, il coefficiente di prestazione del ciclo, dato dal rapporto tra potenza termica assorbita all'evaporatore e potenza meccanica assorbita dal compressore, vale:

$$\text{COP} = \frac{\dot{Q}_{\text{evaporatore}}}{|\dot{L}_{\text{compressore}}|} = 5.52$$

– Commenti

Negli impianti frigoriferi si cerca di far lavorare ogni parte del sistema (condensatore, evaporatore, ecc.) a pressione maggiore del valore atmosferico, al fine di evitare l'ingresso di aria (che è incondensabile) nei circuiti.

Il coefficiente di prestazione di un ciclo di Carnot inverso operante tra le temperature di evaporazione e di condensazione sarebbe pari a:

$$\text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{T_{\text{evaporatore}}}{T_{\text{condensatore}} - T_{\text{evaporatore}}} \equiv \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{268.15}{308.68 - 269.15} = 6.81$$

Il valore ottenuto è superiore a quello del ciclo precedentemente analizzato. La causa è nelle irreversibilità associate al desurriscaldamento del vapore all'ingresso del condensatore e nelle irreversibilità interne del processo di laminazione.

**D.XIII. Pompa di calore a R134a**

– Problema

Si consideri una pompa di calore per climi artici, basata su un ciclo frigorifero ideale impiegante Refrigerante 134a. L'ambiente freddo esterno si trova a temperatura  $-30^\circ\text{C}$ , mentre l'ambiente da riscaldare deve essere mantenuto ad una temperatura di  $25.53^\circ\text{C}$ . Per rendere possibile lo scambio termico, la condensazione deve avvenire ad una temperatura superiore di  $10^\circ\text{C}$  a quella dell'ambiente caldo, mentre l'evaporazione deve avvenire ad una temperatura di  $10^\circ\text{C}$  inferiore a quella dell'ambiente freddo. Il potere di riscaldamento del sistema deve essere pari a 10 kW. Determinare:

- a) il titolo del fluido frigorifero al termine della laminazione
- b) la portata in massa del fluido frigorifero
- c) la potenza assorbita dal compressore
- d) il coefficiente di prestazione della pompa di calore

Risolvere il problema analiticamente e rappresentare graficamente il processo, indicando inoltre le ipotesi di lavoro formulate.

– Dati

fluido di lavoro: Freon R134a

$$T_F = -30^\circ\text{C}$$

$$T_F - T_{\text{evaporatore}} = 10^\circ\text{C}$$

$$T_C = 25.53^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{condensatore}} - T_C = 10^\circ\text{C}$$

$$|\dot{Q}_{\text{condensatore}}| = 10 \text{ kW} = 10 \cdot 10^3 \text{ W}$$

– Determinare

Vedi testo.

– Ipotesi

Ciclo ideale  $\Rightarrow$  processi internamente reversibili (eccetto la laminazione).

Singoli componenti  $\Rightarrow$  sistemi aperti in condizioni stazionarie.

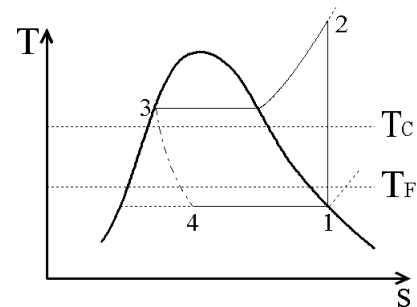
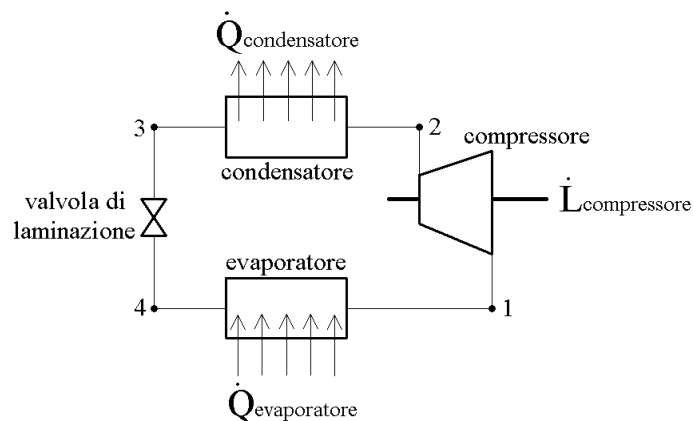
Variazioni di energia cinetica e potenziale trascurabili.

Compressore e valvola di laminazione adiabatici.

Nel compressore entra vapore saturo secco, dal condensatore esce liquido saturo.

– Soluzione

L'architettura del sistema ed il ciclo a cui viene sottoposto il fluido di lavoro sono rappresentati di seguito.



È immediato verificare che le temperature nell'evaporatore e nel condensatore sono pari a:

$$T_{\text{evaporatore}} = -40^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{condensatore}} = 35.53^\circ\text{C}$$

Per risolvere il problema, è necessario individuare gli stati del fluido di lavoro all'inizio e alla fine di ogni trasformazione, vale a dire all'ingresso e all'uscita di ogni componente, e determinare i corrispondenti valori dell'entalpia specifica. Schematizzando i singoli componenti del ciclo come sistemi aperti a due correnti in condizioni stazionarie, in cui si trascurano le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume per tutti la forma:

$$\dot{m}\Delta h = \dot{Q} - \dot{L} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta h = q - \ell$$

Lo stato in 1 è per ipotesi quello di vapore saturo secco. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'R134a saturo.

$$T_1 = T_{\text{evaporatore}} = -40^\circ\text{C} \Rightarrow \begin{aligned} p_1 &= p_{\text{sat}@T_1} = 0.05164 \text{ MPa} = 0.05164 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ h_1 &= h_{v@T_3} = 222.88 \text{ kJ/kg} = 0.22288 \cdot 10^6 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Poiché il processo di condensazione è isobaro, la pressione in 2, all'uscita del compressore e all'ingresso del condensatore, sarà pari alla pressione di condensazione. Questa può essere desunta dalla temperatura di condensazione, impiegando le tabelle delle proprietà dell'R134a saturo. In particolare, dalla tabella in pressione delle proprietà si verifica che:

$$T_{\text{condensatore}} = 35.53^\circ\text{C} \Rightarrow p_2 = p_3 = p_{\text{sat}@35.53^\circ\text{C}} = 0.90 \text{ MPa} = 0.90 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

La temperatura al termine della compressione rimane incognita. Considerando però che nel compressore, che è un sistema aperto a due correnti operante in condizioni stazionarie, si realizza una compressione adiabatica e reversibile, si ricava dall'equazione di bilancio entropico dei sistemi aperti (cfr. D.V) che la trasformazione è anche isoentropica. Dalla tabella in temperatura delle proprietà dell'R134a saturo si ricava quindi

$$s_2 = s_1 = s_{v@-40^\circ\text{C}} = 0.9560 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

Dalle tabelle delle proprietà dell' R134a si ottiene così che, a pressione 0.90 MPa ed entropia 0.9566 kJ/(kg·K) (valore questo prossimo a sufficienza a quello precedentemente determinato da rendere inutile un'interpolazione lineare), il vapore surriscaldato alla fine della compressione presenta temperatura pari a 50°C e, quindi, che la sua entalpia specifica vale:

$$h_2 = h_{@0.90 \text{ MPa}\&50^\circ\text{C}} = 282.34 \text{ kJ/kg} = 0.28234 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Lo stato in 3 è per ipotesi quello di liquido saturo. Pertanto, la pressione di saturazione e le proprietà di interesse del fluido si possono ricavare dalla tabella in pressione dell'R134a saturo:

$$p_3 = p_{\text{condensatore}} = 0.90 \text{ MPa} \Rightarrow h_3 = h_{\ell@p_3} = 99.56 \text{ kJ/kg} = 0.09956 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Infine, dall'equazioni di bilancio energetico dei sistemi aperti si ricava che una laminazione adiabatica è anche isoentalpica (cfr. D.IX). Si ha pertanto:

$$h_4 = h_3 = 99.56 \text{ kJ/kg} = 0.09956 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Per ciò che concerne la valutazione del titolo al termine della laminazione, si consideri che per l'entalpia specifica della miscela saturo liquido-vapore in 4 vale la relazione:

$$h_4 = h_{\ell@T_4} + x_4 (h_{v@T_4} - h_{\ell@T_4})$$

in cui i valori dell'entalpia specifica del liquido saturo e del vapore saturo secco alla temperatura nell'evaporatore possono essere ricavati dalla tabella in temperatura delle proprietà dell' R134a saturo:

$$\begin{aligned} h_{\ell@-40^\circ\text{C}} &= 0 \text{ kJ/kg} \\ h_{v@-40^\circ\text{C}} &= 222.88 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Da ciò si ricava che il titolo al termine dell'espansione vale:

$$x_4 = \frac{h_4 - h_{\ell@T_4}}{h_{v@T_4} - h_{\ell@T_4}} = \frac{99.56 - 0}{222.88 - 0} = 0.48 = 48\%$$

La portata di fluido può essere ricavata dall'equazione di bilancio di sistema aperto relativa al condensatore:

$$\dot{m} = \frac{|\dot{Q}_{\text{condensatore}}|}{|h_3 - h_2|} \equiv \frac{|\dot{Q}_{\text{condensatore}}|}{h_2 - h_3} = \frac{10000}{0.28234 \cdot 10^6 - 0.09956 \cdot 10^6} = 0.055 \text{ kg/s}$$

Applicando l'equazione di bilancio di sistema aperto al compressore, che opera adiabaticamente, si ottiene:

$$|\dot{L}_{\text{compressore}}| = |-\dot{m}(h_2 - h_1)| \equiv \dot{m}(h_2 - h_1) = 3253 \text{ W}$$

Infine, il coefficiente di prestazione della pompa di calore, dato dal rapporto tra potenza termica ceduta al condensatore e potenza meccanica assorbita dal compressore, vale:

$$\text{COP}_{\text{pdc}} = \frac{|\dot{Q}_{\text{condensatore}}|}{|\dot{L}_{\text{compressore}}|} = 3.07$$

– Commenti

Nella pratica, la notevole differenza di temperatura tra ambiente riscaldato ed ambiente freddo esterno comporterebbe un COP effettivo della pompa di calore notevolmente inferiore al valore teorico precedentemente stimato. Inoltre, l'evaporatore è in depressione, il che suggerisce l'opportunità di impiegare un diverso fluido frigorifero.

**D.XIV. Miscelazione adiabatica di due correnti**

– Problema

Una portata di 150 kg/min di acqua a 6 bar e 50°C viene miscelata con una portata di 90 kg/min di acqua a 6 bar e 200°C. Determinare lo stato dell'acqua in entrambi i casi. Inoltre, sapendo che il processo di miscelazione è stazionario e che il dispositivo in cui la miscelazione avviene presenta pareti termicamente isolate, determinare lo stato della portata d'acqua in uscita, che è estratta dal miscelatore a 6 bar. A tal scopo, si trascurino gli effetti cinetici e potenziali.

– Dati

fluido di lavoro: acqua

$$p_1 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 50^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 200^\circ\text{C}$$

$$\dot{m}_1 = 150 \text{ kg/min} = 2.5 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_2 = 90 \text{ kg/min} = 1.5 \text{ kg/s}$$

$$p_3 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

– Determinare

Stati in ingresso e in uscita.

– Ipotesi

Processo stazionario e adiabatico, effetti cinetici e potenziali trascurabili.

– Soluzione

La pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura  $T_1$  di  $50^\circ\text{C}$  si ricava dalle proprietà tabulate in temperatura per l'acqua satura:

$$p_{\text{sat},1} = p_{\text{sat}@T_1} = 12.349 \text{ kPa} = 0.12349 \text{ bar} < p_1$$

Si ha pertanto a che fare con un liquido sottoraffreddato. Per stimarne l'entalpia specifica, occorre conoscere le proprietà del liquido saturo a temperatura  $T_1$ , che si ricavano da tabella:

$$v_{\ell,1} = v_{\ell@T_1} = 0.001012 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$h_{\ell,1} = h_{\ell@T_1} = 209.33 \text{ kJ/kg} = 0.20933 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

L'entalpia specifica nello stato 1 vale:

$$h_1 = h_{\ell,1} + v_{\ell,1}(p_1 - p_{\text{sat},1}) = 0.2099 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

La pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura  $T_2$  di  $200^\circ\text{C}$  si ricava anch'essa da tabella:

$$p_{\text{sat},2} = p_{\text{sat}@T_2} = 1.5538 \text{ MPa} = 15.538 \text{ bar} > p_2$$

Si ha pertanto a che fare con un vapore surriscaldato. L'entalpia specifica nello stato 2, a pressione  $p_2$  e temperatura  $T_2$ , si ricava dalle proprietà tabulate in temperatura e pressione per il vapore d'acqua surriscaldato:

$$h_2 = h_{@p_2\&T_2} = 2850.1 \text{ kJ/kg} = 2.8501 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

L'equazione di bilancio delle masse per un flusso stazionario a due ingressi (pedici 1 e 2) ed una uscita (pedice 3) presenta forma

$$\sum_{i=1}^3 \dot{m}_i = 0$$

in cui la portata uscente è positiva e quelle entranti sono negative (o viceversa). Ne consegue che la portata in uscita vale:

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 2.5 + 1.5 = 4.0 \text{ kg/s}$$

L'equazione di bilancio dell'energia presenta forma:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \sum_{i=1}^3 \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right)$$

Nel miscelatore non sono presenti dispositivi di pompaggio. Inoltre, le pareti sono termicamente isolate e, quindi, è nullo lo scambio di calore. Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume la seguente forma semplificata:

$$\sum_{i=1}^3 \dot{m}_i h_i = 0$$

In pratica, l'entalpia della corrente in uscita è pari alla media pesata sulle portate in massa delle entalpie in ingresso.

$$h_3 = \frac{\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2}{\dot{m}_3} = 1.200 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 1200 \text{ kJ/kg}$$

Per stabilire lo stato fisico della corrente 3 di acqua, il valore della sua entalpia specifica va confrontato con quelli del liquido saturo e del vapore saturo secco alla pressione di uscita  $p_3$ . Tali valori si ricavano dalle proprietà tabulate in pressione per l'acqua satura:

$$h_{\ell,3} = h_{\ell @ p_3} = 670.56 \text{ kJ/kg} = 0.67056 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$h_{v,3} = h_{v @ p_3} = 2756.8 \text{ kJ/kg} = 2.7568 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Il confronto mostra che:

$$h_{\ell,3} < h_3 < h_{v,3}$$

Si ha pertanto a che fare con una miscela satura di liquido e vapore. Per individuarne univocamente la qualità, occorre stimarne il titolo, che sarà tale che:

$$h_3 = h_{\ell,3} + x_3(h_{v,3} - h_{\ell,3})$$

In conclusione, il titolo della miscela satura liquido-vapore estratta dal miscelatore vale:

$$x_3 = \frac{h_3 - h_{\ell,3}}{h_{v,3} - h_{\ell,3}} = 0.254 = 25.4\%$$

#### D.XV. Miscelazione di tre correnti

##### – Problema

Ad una portata di 150 kg/min di una miscela satura di liquido e vapore d'acqua con pressione 6 bar e titolo 77% vengono contemporaneamente miscelate una portata di 9 kg/min d'acqua liquida a 6 bar e 50°C ed una portata da stabilire di vapore d'acqua surriscaldato a 20 bar e 500°C. Per conduzione attraverso le pareti del miscelatore si perde verso l'esterno una potenza termica pari a 24 kW. Considerando il processo stazionario e trascurando gli effetti cinetici e potenziali, determinare quanto vale in massa la portata di vapore surriscaldato da immettere nel miscelatore per ottenere in uscita ancora vapore surriscaldato con pressione 4 bar e temperatura 300°C.

##### – Dati

fluido di lavoro: acqua

$$p_1 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$x_1 = 77\%$$

$$\dot{m}_1 = 150 \text{ kg/min} = 2.5 \text{ kg/s}$$

$$p_2 = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 50^\circ\text{C}$$

$$\dot{m}_2 = 9 \text{ kg/min} = 0.15 \text{ kg/s}$$

$$p_3 = 20 \text{ bar} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 2.0 \text{ MPa}$$

$$T_3 = 500^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{\text{pareti}} = 24 \text{ kW} = 24 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$p_4 = 4 \text{ bar} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0.4 \text{ MPa}$$

$$T_4 = 300^\circ\text{C}$$

– Determinare

Portata in massa di vapore surriscaldato immesso ( $\dot{m}_3$ ).

– Ipotesi

Processo stazionario, effetti cinetici e potenziali trascurabili.

– Soluzione

L'equazione di bilancio delle masse per un flusso stazionario a tre ingressi (pedici 1, 2 e 3) ed una uscita (pedice 4) presenta forma

$$\sum_{i=1}^4 \dot{m}_i = 0$$

in cui la portata uscente è positiva e quelle entranti negative (o viceversa). Ne consegue che la portata in uscita vale:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

L'equazione di bilancio dell'energia è:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \sum_{i=1}^4 \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right)$$

La potenza termica scambiata è quella persa attraverso le pareti (negativa perché sottratta al fluido):

$$\dot{Q} = -\dot{Q}_{\text{pareti}} = -24 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Nel miscelatore non sono presenti dispositivi di pompaggio. Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia assume la seguente forma semplificata:

$$\sum_{i=1}^4 \dot{m}_i h_i = -\dot{Q}_{\text{pareti}}$$

ovvero

$$(\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3) h_4 - \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 = -\dot{Q}_{\text{pareti}}$$

Per valutare l'entalpia specifica della corrente 1 di acqua, si ricavano dalle proprietà tabulate in pressione per l'acqua saturo le entalpie specifiche del liquido saturo e del vapore saturo secco alla pressione  $p_1$ :

$$h_{\ell,1} = h_{\ell @ p_1} = 670.56 \text{ kJ/kg} = 0.67056 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

$$h_{v,1} = h_{v @ p_1} = 2756.8 \text{ kJ/kg} = 2.7568 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

Pertanto:

$$h_1 = h_{\ell,1} + x_1 (h_{v,1} - h_{\ell,1}) = 2.2770 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

La pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura  $T_2$  di  $50^\circ\text{C}$  si ricava dalle proprietà tabulate in temperatura per l'acqua saturo:

$$p_{\text{sat},2} = p_{\text{sat} @ T_2} = 12.349 \text{ kPa} = 0.12349 \text{ bar}$$

Nella corrente 2 si ha quindi un liquido sottoraffreddato. Per stimarne l'entalpia specifica, occorre poi conoscere le proprietà del liquido saturo a temperatura  $T_2$ , che si ricavano da tabella:



$$v_{\ell,2} = v_{\ell@T_2} = 0.001012 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$h_{\ell,2} = h_{\ell@T_2} = 209.33 \text{ kJ/kg} = 0.20933 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

L'entalpia specifica nello stato 2 vale quindi:

$$h_1 = h_{\ell,2} + v_{\ell,2}(p_1 - p_{\text{sat},2}) = 0.2099 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

L'entalpia specifica del vapore surriscaldato nello stato 3, a pressione  $p_3$  e temperatura  $T_3$ , si ricava dalle proprietà tabulate in temperatura e pressione per il vapore d'acqua surriscaldato:

$$h_3 = h_{@p_3\&T_3} = 3467.6 \text{ kJ/kg} = 3.4676 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

L'entalpia specifica del vapore surriscaldato nello stato 4, a pressione  $p_4$  e temperatura  $T_4$ , si ricava anch'essa dalle proprietà tabulate in temperatura e pressione per il vapore d'acqua surriscaldato:

$$h_4 = h_{@p_4\&T_4} = 3066.8 \text{ kJ/kg} = 3.0668 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

A questo punto, l'equazione di bilancio energetico del sistema aperto costituito dal miscelatore può essere risolta rispetto all'unica incognita, la portata in massa della corrente 3, ovvero la portata in massa di vapore surriscaldato a temperatura  $T_3$  e pressione  $p_3$  da immettere nel miscelatore:

$$\dot{m}_3 = \frac{(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)h_4 - \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q}_{\text{pareti}}}{h_3 - h_4} = 6.1 \text{ kg/s} = 363 \text{ kg/min}$$