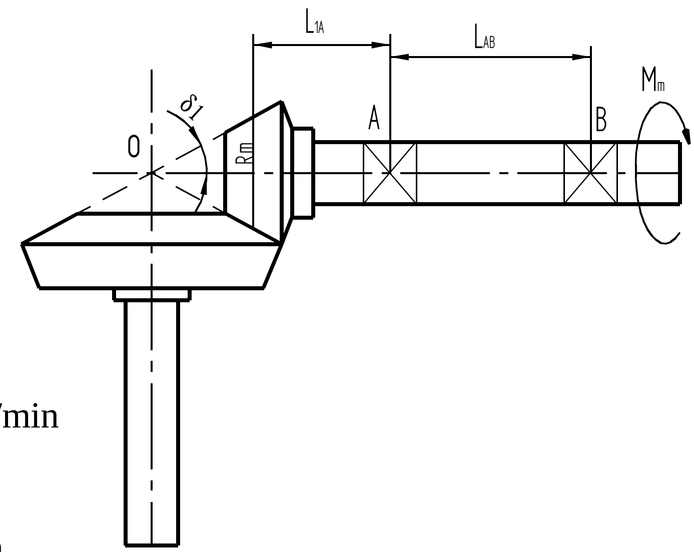
## Dimensionare l'albero del pignone dell'ingranaggio disegnato in figura.




Dati

| | |
|---|---|
| Potenza trasmessa | P = 2230 W |
| Numero di giri | n = 950 giri/min |
| Angolo di pressione | $\alpha$ = 20° |
| Angolo semiapertura | $\delta_1$ = 25° |
| Distanza cuscinetti | $L_{AB}$ = 65 mm |
| Distanza raggio medio cuscinetto | $L_{1A}$ = 35 mm |
| Raggio medio | Rm = 20 mm |



Il calcolo viene effettuato ipotizzando l'utilizzo a regime per cui n è costante

Ricaviamo la velocità angolare $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi\, 950}{60} = 99{,}48 \ \frac{rad}{s}$

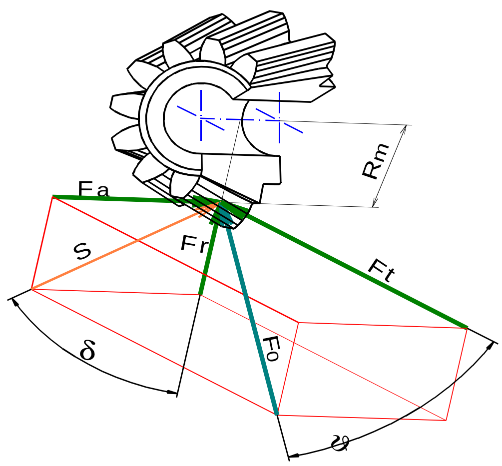
Per tenere in conto delle azioni dinamiche aleatorie applichiamo il fattore di servizio $f_u$ dalla normativa, considerando un motore elettrico poniamo $f_u = 1{,}25$

La potenza da utilizzare per il calcolo sarà

$P_0 = P * f_u = 2230 * 1{,}25 = 2787{,}5$ W

Dalla potenza $P_0$ ricaviamo il momento motore applicato nel punto 2 ed uguale al momento resistente applicato nel punto 1

$$M_r = \frac{P}{\omega} = \frac{2787{,}5}{99{,}48} = 28{,}021\, Nm = 28021\, Nmm$$




Notiamo come su tutto l'albero agisce un momento torcente pari al valore appena trovato

Dal momento  Mr resistente ricaviamo le forze applicate.

Ricordando che l'angolo di pressione  è α = 20° mentre l'angolo di semiapertura del cono è δ = 25°

Forza tangenziale $F_t = \frac{M_t}{R_m} = \frac{28021}{20} = 1401{,}1\,N$

Forza normale al dente $F_0 = \frac{F_t}{\cos(\alpha)} = \frac{1401{,}1}{\cos(20)} = 1491{,}0\,N$

Forza radiale $F_r = F_t\ tg(\alpha)\ \cos(\delta) = 1401{,}1\ tg(20)\ \cos(25) = 462{,}18\,N$

Forza assiale $F_a = F_t\ tg(\alpha)\ sen(\delta) = 1401{,}1\ tg(20)\ sen(25) = 215{,}5\,N$

Momento flettente $M_f = F_a\ rm = 215{,}5 * 20 = 4310\ \ Nmm$

Essendo presente la forza assiale e necessario  posizionare nel punto A un cuscinetto che resista a questo carico assiale (ad esempio un cuscinetto radiale obliquo a sfera oppure  un cuscinetto radiale a rulli conici), mentre nel punto B posizioniamo un cuscinetto a sfera.

Con queste scelte schematizziamo l'albero coma una trave vincolata con cerniera nel punto A con un carrello nel punto B

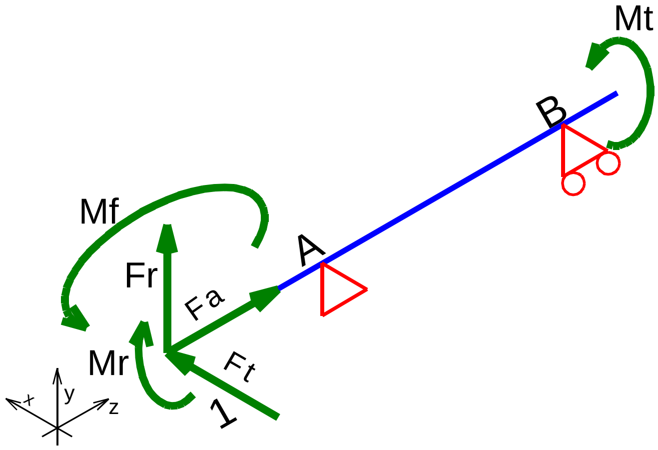


Oltre alle forze ed ai momenti applicati  è  individuato un sistema di assi cartesiani avente l'asse z coincidente con l'asse dell'albero.

La soluzione della struttura viene fatta calcolando le reazioni vincolari, e le sollecitazioni agenti nei piani Z X e Z Y

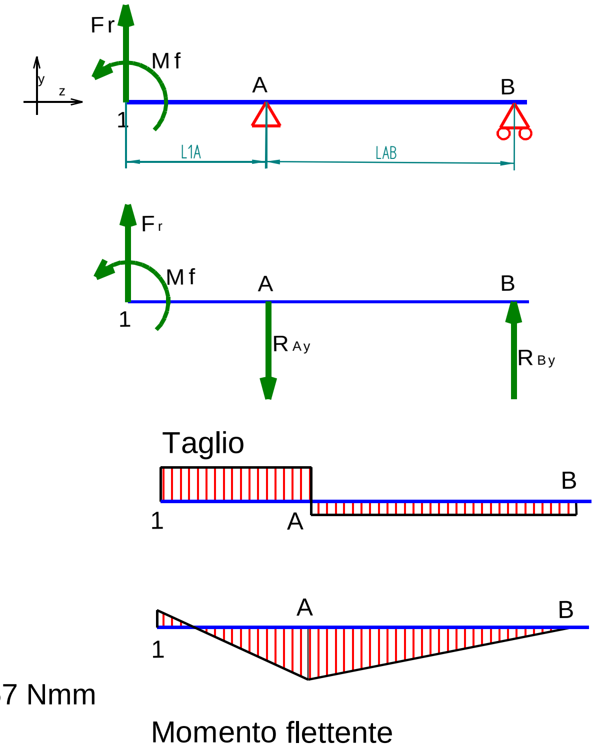
Carichi applicati

$M_r$ = 28021 N mm
$M_f$ = 4310 Nmm
$F_r$ = 462,2 N
$F_a$ = 215,5 N
$F_t$ = 1401,1 N
$L_{1A}$ = 35 mm
$L_{AB}$ = 65 mm
$L_{1B}$ = 100 mm



PIANO Z-Y

Calcolo reazioni vincolari.
Applichiamo due volte la relazione $\sum M_x = 0$




Si ha:

$$R_{ay} = \frac{M_f + F_r * L_{1B}}{L_{AB}} = \frac{462{,}2*100 - 4310}{65} = 644{,}8 \quad N$$

$$R_{By} = \frac{M_f + F_r * L_{1A}}{L_{AB}} = 462{,}2*35 - \frac{4310}{65} = 182{,}6 \quad N$$

Da cui:

$0 \leq z \leq 35$ T = 462,2 N
$35 \leq z \leq 100$ T = – 182,6 N

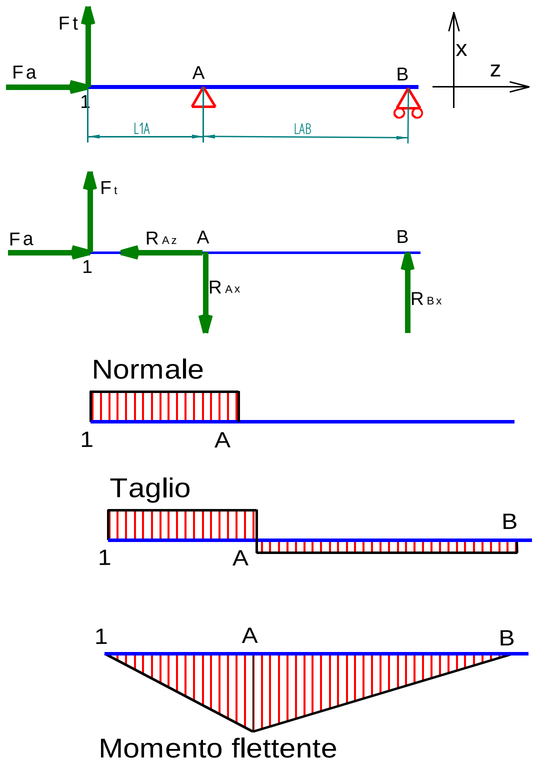
e
z = 0 Mfx = Mf = - 4310 Nmm
z = 35 Mfx = Mf+Fr * L1A = - 4310 + 462,2*35 = 11867 Nmm
z = 100 Mfx = 0

N.B. Il momento è un vettore diretto lungo l'asse x



PIANO Z-X

Calcolo reazioni vincolari.
Immediatamente si ricava $R_{Az} = F_a = 215{,}5\, N$




Applichiamo due volte la relazione $\sum M_y = 0$
Si ha:

$$R_{ax} = \frac{F_t * L_{1B}}{L_{AB}} = \frac{1401{,}1*100}{65} = 2155{,}5\, N$$

$$R_{Bx} = \frac{F_t * L_{1A}}{L_{AB}} = \frac{1401{,}1*35}{65} = 754{,}4\, N$$

Da cui:
$0 \leq z < 35$ T = 1401,1 N
$35 < z \leq 100$ T = - 754,4 N

e
z = 0 Mfy = 0
z = 35 Mfy = Ft * L1A = 1401,1*35 = 49038,5 Nmm
z = 100 Mfy = 0

N.B. Il momento è un vettore diretto lungo l'asse y

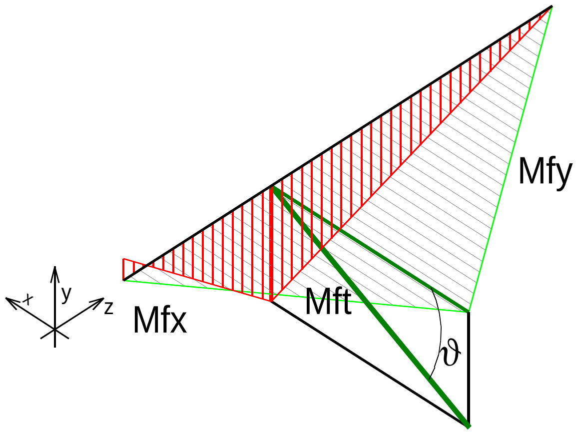
MOMENTO FLETTENTE RISULTANTE

Calcoliamo adesso il momento flettente totale nel punto A che, è facile vedere è il punto maggiormente sollecitato

$$M_{ft}=\sqrt{M_{fx}^{2}+M_{fy}^{2}}=\sqrt{11867^2+49038^2} \;=\; 50453\ Nmm$$

calcoliamo l'angolo $\vartheta$

$$\theta=arctg\frac{M_{fx}}{M_{fy}}=arctg\frac{11867}{49038}=13{,}35$$




A questo punto ruotiamo l'asse x di un angolo pari a θ.

Nel punto A agiscono contemporaneamente :

Mf = 50453 Nmm (momento flettente) ,
Mt = 28021 Nmm (momento torcente)
Fa = 215, 5 N (forza normale)

per il calcolo della $\sigma_{id}$ dobbiamo utilizzare il criterio di Henky Von Mises

$$\sigma_{id}=\sqrt{(\sigma_N+\sigma_{Mf})^2+3\tau^2}$$



SCELTA MATERIALE

Dalla normativa scegliamo come materiale u n acciaio C 40 bonificato utilizzando i valori riferiti a diametri inferiori di 16 mm

$$f_t=665\frac{N}{mm^2} \quad \text{e} \quad f_y=460\frac{N}{mm^2}$$

essendo il rapporto $\frac{f_y}{f_t}=\frac{460}{665}=0{,}69<0{,}7$ allora si sceglie $\sigma_{rs}$ = 460 $\frac{N}{mm^2}$

SCELTA DEL COEFFICIENTE DI SICUREZZA

Dalla normativa ricaviamo

$\gamma_{spe}$ = 1,50 ( pericolosità media con condizioni di carico normali)
$\gamma_{saf}$ = 1,0 ( affidabilità normale)
$\gamma_{sac}$ = 1,0 ( accettabilità normale)

da questi valori ricaviamo il coefficiente di sicurezza statico totale $\gamma_{as} = \gamma_{spe} * \gamma_{saf} * \gamma_{sac}$ = 1,5 *1 *1 = 1,5

si ricava infine il valore della tensione ammissibile $\sigma_{amm}=\frac{\sigma_{rs}}{\gamma_{as}}=\frac{460}{1{,}5}=306{,}7\frac{N}{mm^2}$

DIMENSIONAMENTO

Il dimensionamento sarà effettuato trascurando la sollecitazione normale, successivamente si verificherà il diametro trovato con la presenza di questa sollecitazione.

Si ricorda che $\sigma_{fmax}=\frac{M_f}{W_f}$ e che $\tau_{max}=\frac{M_t}{W_t}$ dove $W_f=\frac{\pi d^3}{32}$ e $W_t=\frac{\pi d^3}{16}$

sostituendo questi valori nel formula del criterio di resistenza di Henky Von Mises si ha

$$\sigma_{id}=\sqrt{(32\frac{M_f}{\pi d^3})^2+3(16\frac{M_t}{\pi d^3})^2}$$

con opportuni passaggi è possibile estrarre dalla radice $\frac{16}{\pi d^3}$ per cui si ha

$$\sigma_{id}=\frac{16}{\pi d^3}\sqrt{(2M_f)^2+3(M_t)^2}$$

ricordando che deve essere $\sigma_{id}\leq\sigma_{amm}$ si ha

$$\frac{16}{\pi d^3}\sqrt{(2M_f)^2+3(M_t)^2}\leq\sigma_{amm}$$



da cui si ricava

$$d\geq\sqrt[3]{\frac{16}{\pi\sigma_{amm}}\sqrt{(2M_f)^2+3(M_t)^2}}$$

sostituendo i valori si ha:

$$d\geq\sqrt[3]{\frac{16}{\pi 306{,}7}\sqrt{(2*50453)^2+3(28021)^2}} = 12{,}30\,mm$$

Considerando i diametri interni dei cuscinetti si hanno i seguenti valori 10, 12, 15,17 mm

Scegliamo come diametro il valore 15 mm

Verifichiamo adesso che questo diametro è sufficiente anche tenendo conto della sollecitazione normale

$$\sigma_{fmax}=\frac{M_f}{W_f}=\frac{32*50453}{\pi 15^3}=152{,}35\frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{max}=\frac{M_t}{W_t}=\frac{16*28021}{\pi 15^3}=42{,}31\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_N=\frac{F_a}{A}=\frac{215{,}5*4}{\pi 15^2}=1{,}22\frac{N}{mm^2}\qquad \sigma_{id}=\sqrt{(1{,}22+152{,}35)^2+3\ \ 42{,}31^2}=170{,}2\frac{N}{mm^2}$$

che risulta inferiore alla $\sigma_{amm}$

DIMENSIONAMENTO ESTREMITÀ ALBERO

Si calcola adesso il diametro della estremità dell'albero (lato B)

Questo punto è sottoposto alla sola azione del momento motore per cui è presente la sola tensione $\tau$ dovuta alla torsione. Il valore massimo si ricava dalla relazione

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t}$$

da utilizzare nella equazione di stabilità relativa al taglio

$$\tau_{max} \leqslant \tau_{amm}$$

il valore di $\tau_{am}$ lo ricaviamo dalla tensione ammissibile già trovata per la tensione $\sigma_{am}$ utilizzando la relazione

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} = \frac{306{,}6}{\sqrt{3}} = 177{,}02 \quad \frac{N}{mm^2}$$

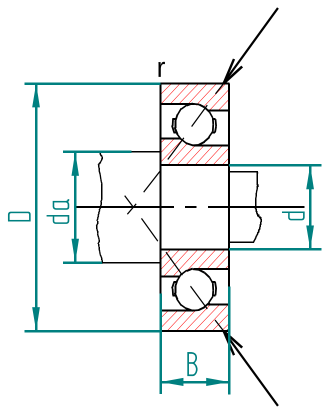
dalla relazione del momento di resistenza a torsione è $W_t$ è possibile ricavare il diametro cercato

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{16 M_t}{\pi \tau_{am}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 28021}{\pi\, 177{,}02}} = 9{,}30 \quad mm$$



ASSEGNAZIONE DIAMETRI

In precedenza alla sezione A è stato assegnato un diametro di 15 mm, che rappresenta il diametro interno del cuscinetto da calettare in quella sezione.




Ipotizzando di usare un cuscinetto obliquo a sfera, come quello riportato a lato, dal catalogo si ricavano i seguenti valori:

d= 15 mm D = 35 mm e B = 11 mm raggio di raccordo r = 0,6 diametro albero per la battuta da=20 mm

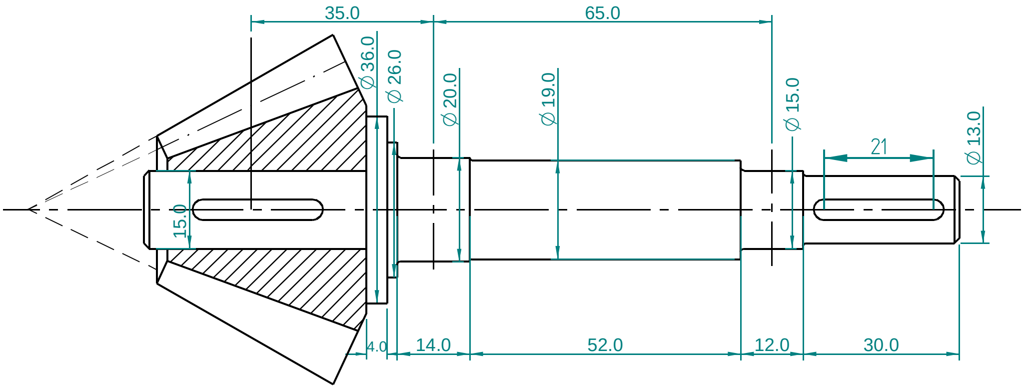
La lunghezza della sede del cuscinetto sarà quindi di 11 mm è sarà posizionata in modo che la sezione A sia al suo centro.

Per posizionare il cuscinetto in A esso dovrà scorrere lungo il tratto 2BA, è necessario che i diametri di questi tratti siano inferiori a 15 mm, per cui si creerà uno spallamento (lato B) avente valore 2 mm ed il fusto tra A e B sarà pari a 13 mm

Nella sezione B si deve posizionare un altro cuscinetto a sfera e, per il suo corretto funzionamento, è necessario creare un ulteriore spallamento sul lato destro.

Dalla tabella dei diametri dei cuscinetti si ricava un valore di 10 mm. Tenendo conto che successivamente, per motivi già esposti il diametro dell'albero si dovrà ridurre di almeno un altro mm si scende al di sotto dei 9, 3 mm trovato in precedenza.

Come ulteriore analisi si deve tener presente che nella sezione 2 deve essere ricavata la cava per la linguetta (necessaria alla trasmissione del momento torcente), che per diametri tra 10 – 12 mm ha dimensione b x h = 4 x 4 mm, ricavata per metà nell'albero e per metà nel mozzo.
Se il diametro che effettivamente resiste deve essere di circa 10 mm si ricava che l'albero deve essere di almeno 12 mm, da ciò deriva che in B ci dovrà essere un cuscinetto di 15 mm di diametro interno, mentre in A ci sarà un cuscinetto avente diametro interno di 20 mm.
Nella figura che segue è disegnato l'albero con indicate le varie quote scelte.




I raccordi non quotati sono hanno un raggio di 0,5 *mm*



SCELTA CAVA DELLA LINGUETTA

Il diametro dell'albero dove deve essere posizionata la linguetta è quindi di 13 mm

Dalla tabella UNI relative alle linguette si ricava una cava di dimensioni b x h = 5 x 5 con una lunghezza pari che va da 10 a 56 mm

Ipotizzando un materiale della linguetta uguale a quello dell'albero si ricava $\tau_{am} = 177{,}02 \ \frac{N}{mm^2}$

$$l \geqslant \frac{3M_t}{D \cdot b \cdot \tau_{amm}} = \frac{3 \cdot 28021}{13 \cdot 5 \cdot 177{,}02} = 7{,}3\,mm$$

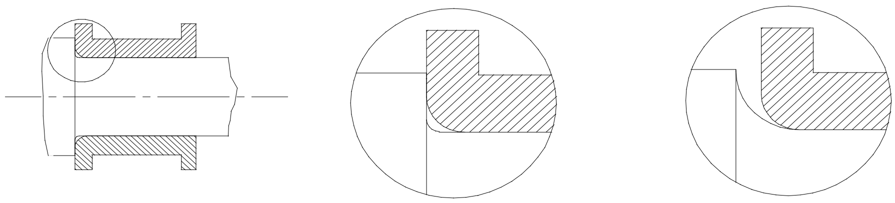
da cui

Facciamo anche il calcolo considerando il cedimento superficiale considerando $p_{am} = 100\ N/mm^2$

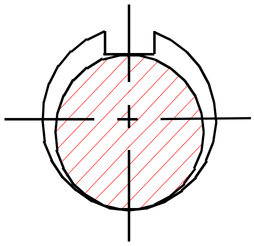
$$l \geqslant \frac{4\,M_t}{D \cdot h \cdot p_{amm}} = \frac{4 \cdot 28\,021}{13 \cdot 5 \cdot 100} = \ 17{,}24\ mm$$

si sceglie l = 25 mm

RACCORDI  E SPALLAMENTI IN CORRISPONDENZA DEI CUSCINETTI

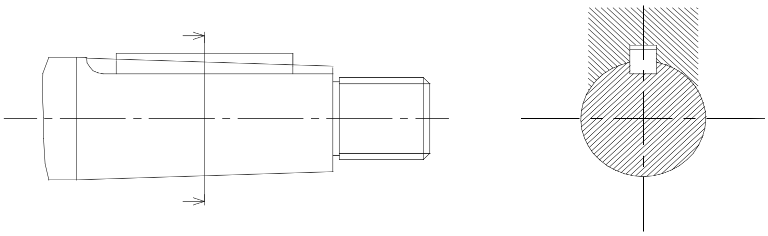


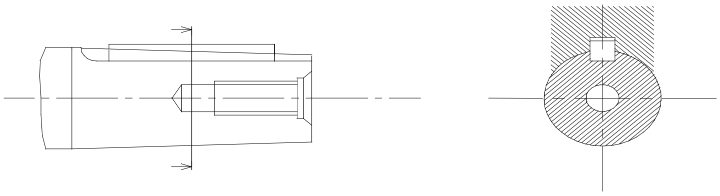
NOCCIOLO RESISTENTE



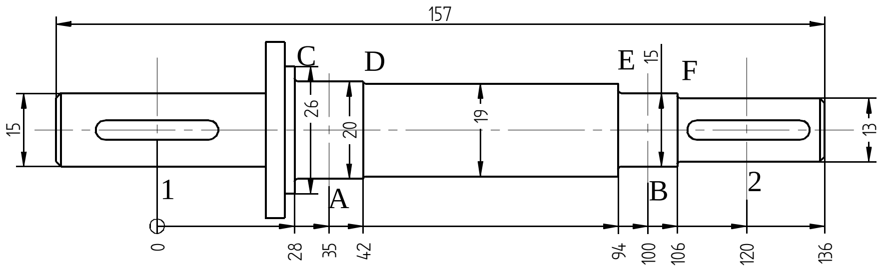


ALBERO CON IL PIGNONE





## LUNGHEZZA ALBERO



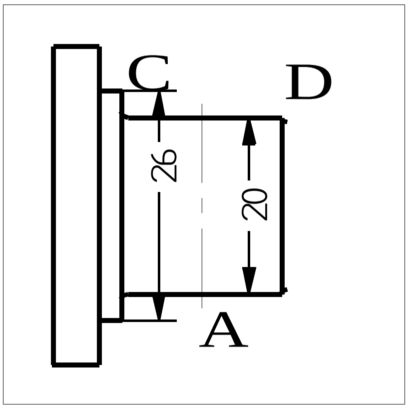

Alle sezioni 1 e 2 dove sono applicati i carichi ed A e B dove sono applicati i vincoli sono state aggiunte le sezioni C, D, E ed F dove si ha una variazione di sezione



## VERIFICA DELLE SEZIONI DELL'ALBERO CON INTAGLIO

Consideriamo la sezione C posizionata ad una distanza di 28 mm dall'origine.

Dal disegno si ricava:
$D_c = 26\ mm$
$d_c = 20\ mm$
$r = 0{,}5\ mm$



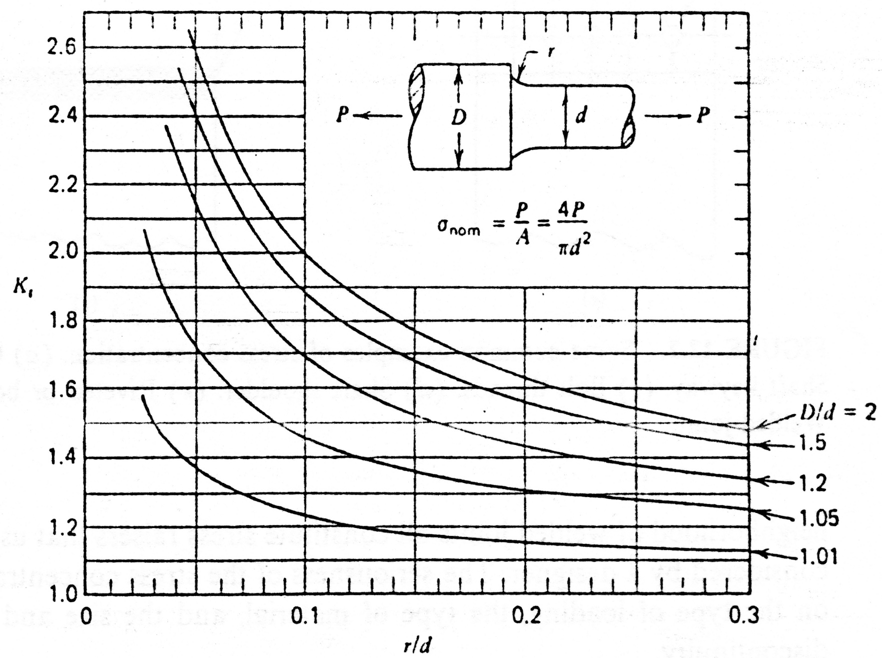

$$\frac{D_c}{d_c} = \frac{26}{20} = 1{,}3 \qquad \frac{r}{d_c} = \frac{0{,}5}{20} = 0{,}025$$

dai diagrammi dei fattori di concentrazione alle tensioni si ha:

**Trazione**

$K_{tN} = 2,6$

(a)

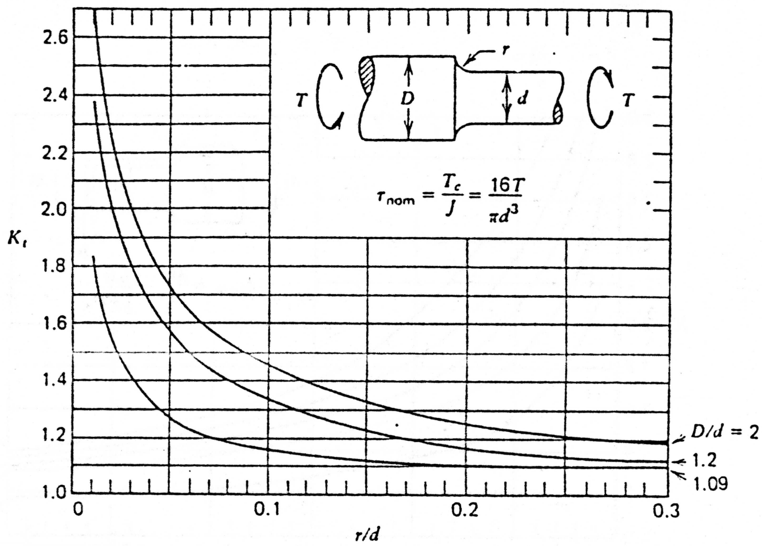



(b)



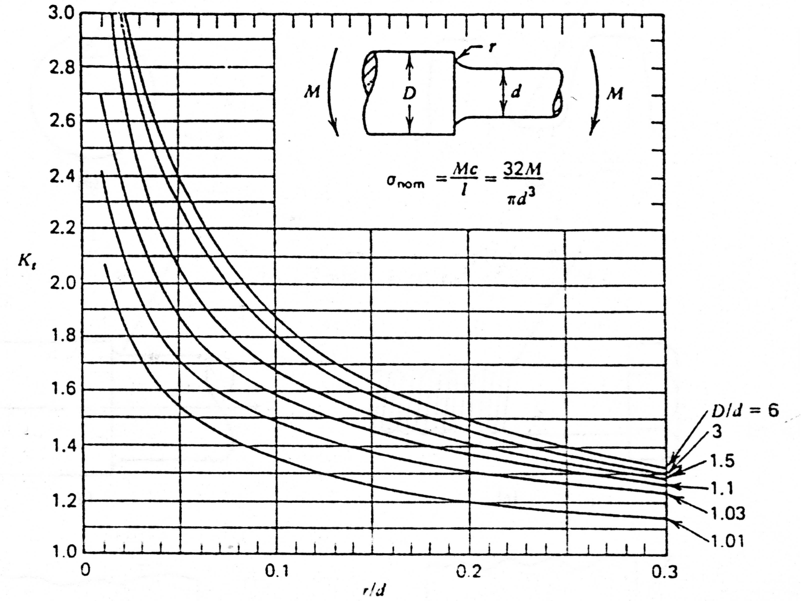
**Torsione**

$K_{tMt} = 1,9$



**Flessione**

$K_{tMf} = 2,5$






calcoliamo adesso la tensione ideale tenendo conto dell'intaglio:

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{32 * 40170}{\pi\, 20^3} = 51,15 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16 * 28020}{\pi\, 20^3} = 91,67 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_N = \frac{F_a}{A} = \frac{215,5 * 4}{\pi\, 20^2} = 0,69 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{(K_{tN} \cdot \sigma_N + K_{tMf} \cdot \sigma_{Mf})^2 + 3(K_{tMt} \cdot \tau)^2}$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{(1,76 + 130,43)^2 + 3 \quad 33,9^2} = 134,96 \frac{N}{mm^2}$$

il grado di sicurezza è : 3,43