

Appunti sulle cinghie

Carmine Napoli

DEFINIZIONI

Le cinghie sono organi flessibili che, con l'ausilio delle pulegge su cui si avvolgono, permettono la trasmissione del moto tra due alberi posti a notevole distanza tra loro.

Fino a poco tempo fa la trasmissione del moto avveniva solo per mezzo dell'attrito, oggi invece con l'introduzione delle cinghie sincronizzate questo non è più vero.

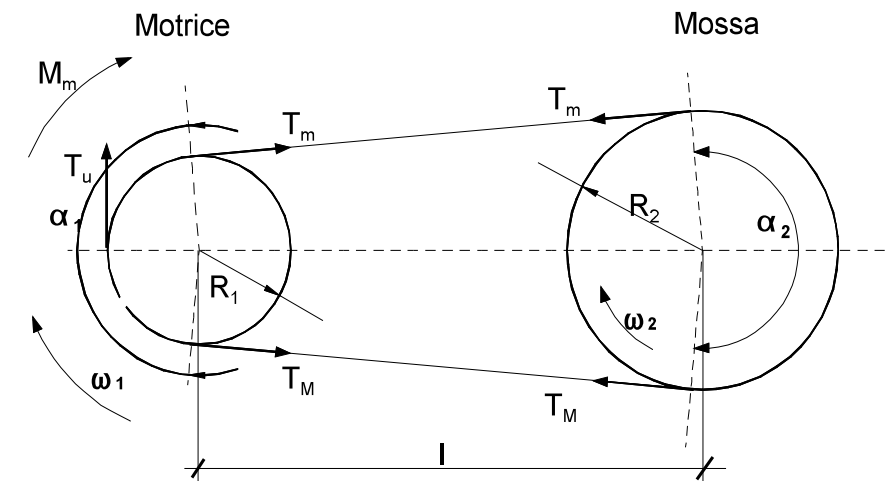


Figura 1

Considerando la figura 1 si possono dare le seguenti definizioni.

- delle pulegge una sarà quella che fornisce il moto per cui si dirà ruota *motrice*, l'altra (o le altre) si dirà *mossa*
- R_1 raggio ruota motrice
- R_2 raggio ruota condotta
- n_1 numero di giri ruota motrice, ω_1 velocità angolare ruota motrice
- n_2 numero di giri ruota mossa, ω_2 velocità angolare ruota mossa
- ci sono due tratti di cinghia, uno detto motore che è quello che trasmette il moto, l'altro invece è detto mosso (o condotto)
- T_M è la tensione del tratto motore
- T_m è la tensione nel ramo mosso
- T_u è lo sforzo trasmesso dalla cinghia
- α è l'angolo di avvolgimento della cinghia sulla ruota motrice
- α_2 è l'angolo di avvolgimento sulla ruota condotta
- I interasse è la distanza tra i centri delle due pulegge
- M_m momento motore applicato

Considerando l'equilibrio dinamico (relativo alla rotazione), del sistema costituito dalla cinghia e dalla puleggia motrice, ipotizzando di essere a regime con velocità angolari costanti e facendo riferimento alla ruota motrice si ha:

$$T_u R_l + T_m R_l = T_M R_l \quad \text{da cui} \quad T_u = T_M - T_m$$

Il momento motore applicato vale

$$M_m = T_u R_l = (T_M - T_m) R_l$$

ed esso è ha senso concorde con la velocità angolare della ruota.

La potenza applicata alla ruota motrice è

$$P_m = M_m \cdot \omega_l$$

da cui

$$P_m = T_u R_l \cdot \omega_l$$

Per la validità delle relazioni ricavate deve essere assicurata la perfetta aderenza tra la cinghia e la puleggia, senza avere alcuno slittamento, ma questo non è sempre vero, infatti possono prodursi degli slittamenti all'avvio, e, inoltre, come si vedrà in seguito, a causa della deformabilità della cinghia si creano dei microslittamenti nella zona di contatto.

Infine c'è da notare come, per avere T_u , è necessario imporre una tensione iniziale T_0 alla cinghia, e che la presenza di T_m non permette di utilizzare tutta la resistenza della cinghia.

Si ricorda come il rapporto di trasmissione è dato dalla relazione

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Se $i > 1$ si ha una trasmissione con riduzione di velocità,

se $i < 1$ si ha una trasmissione con moltiplicazione di velocità.

CAMPO DI UTILIZZAZIONE

La scelta di un sistema di trasmissione del moto è fatto in relazione alle caratteristiche dell'impianto, quali: potenza da trasmettere, numero di giri, rapporto di trasmissione, spazio a disposizione, pesi, possibilità di installazione e manutenzione ecc.. Molte volte queste caratteristiche sono contrastanti, c'è comunque da far notare come la valutazione economica deve tener conto non solo del costo dell'impianto, ma anche di quello necessario per la manutenzione, l'installazione, l'esercizio, ecc..

Le tabelle che seguono sono state tratte dal libro:

“Cicognani - Trasmissioni con cinghie- ed. Hoepli”

Tipi più comuni di cinghie

| | | |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Cinghie convenzionali | Piatte | Cuoio Tessuto, o cotone, balata Gomma e tessili A struttura composita: laminati plastici di gomma e tessili, cuoio Solo gomma o plastici |
| | Trapezoidali | A sezione normale A sezione stretta Per variatori di velocità |
| | A sezione particolare | Esagonale Rotonda Scanalata |
| Cinghie sincrone | Con dentatura su un solo lato Con dentatura su entrambi i lati | |

Balata: Sostanza gommosa ottenuta per coagulazione a caldo

Rendimento

| Trasmissione | Rendimento in % | |
|----------------------|-----------------|----|
| | da | a |
| Cinghie piate | 94 | 98 |
| Cinghie trapezoidali | 92 | 96 |
| Cinghie sincrone | 96 | 99 |
| Catene | 97 | 99 |

Il rendimento della trasmissione è importante soprattutto quando le potenze in gioco sono molto grandi.

Potenza

| Trasmissione | Potenza | | | |
|----------------------|----------|---------|--------------------|-----------|
| | max (kW) | | specifica | |
| | normale | estrema | kW/dm ³ | kW/kg |
| Cinghie Piatte | 750 | 3500 | 0,2 : 2 | 0,2 : 0,7 |
| Cinghie Trapezoidali | 500 | 1000 | 0,3 : 2,5 | 0,2 : 1,2 |
| Cinghie sincrone | 250 | 500 | 1 : 4 | 0,3 : 1,7 |
| Ingranaggi * | 2000 | 65000 | 1,6 : 5 | 0,5 : 2,5 |

* Sono esclusi riduttori particolari (planetari, sghembi, a vite etc)

La scelta del sistema di trasmissione utilizzando la sola potenza risulta approssimato, in quanto non si tiene conto di altri fattori quali ad esempio lo spazio disponibile, c'è comunque da rilevare come sia possibile ridurre i diametri delle ruote aumentando la larghezza e viceversa, la scelta deriva comunque da un compromesso tra le esigenze economiche, di ingombro e tecniche.

Velocità

Anche per la scelta fatta in base alla sola velocità vale quanto già scritto, e cioè che esso è un sistema semplice ma incompleto. C'è da dire che in genere si cerca di utilizzare velocità di trasmissione il più possibile elevate in quanto essa è generalmente più economica, a parità di numero di giri.

Nella tabella che segue sono indicativamente forniti i campi di velocità per le varie cinghie

| | | |
|----------------------|------------------------------------|----------------|
| Cinghie piatte | cuoio | da 5 a 30 m/s |
| | gomma o tessuto | da 5 a 35 m/s |
| | plastica cuoio o plastica tessuto | da 5 a 35 m/s |
| | gomma o plastica per alte velocità | da 5 a 100 m/s |
| Cinghie trapezoidali | | da 5 a 40 m/s |
| Cinghie sincrone | | da 5 a 75 m/s |
| Catene | standard a rulli | da 0 a 12 m/s |
| | standard silenziosa | da 0 a 20 m/s |
| | speciale per alte velocità | da 5 a 25 m/s |

Numero di giri

| Da 75 a 500 giri /min | Da 500 a 4000 giri /min | oltre 4000 giri /min |
|-----------------------|-------------------------|------------------------------------------------|
| Catene | Catene | Cinghie piatte speciali |
| Cinghie sincrone | Cinghie piatte | Cinghie dentate fino a 10 000 giri/min e oltre |
| Cinghie trapezoidali | Cinghie sincrone | Cinghie trapezoidali fino a 6000 giri/min |
| Ingranaggi | Cinghie trapezoidali | Ingranaggi speciali |
| | Ingranaggi | |

Rapporti di trasmissione

| Sistema di trasmissione | Rapporto di trasmissione massimo | Note |
|--------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Catene | 6:1 | |
| Cinghie sincrone | 50:1 | |
| Cinghie piatte | 15:1 | |
| Cinghie piatte speciali | 50:1 | Cinghie con superficie di attrito elevato |
| Cinghie trapezoidali | 15:1 | Limite massimo per trasmissioni trapezoidali-piatte |
| Ingranaggi a denti dritti | 10:1 | |
| Ingranaggi speciali elicoidali | 20:1 | |

RELAZIONI FONDAMENTALI

Nella figura 2 che segue è disegnata una puleggia ed un piccolo elemento di cinghia (concio) tale da avvolgersi sulla ruota per un angolo pari $d\alpha$, la puleggia sia la mossa.

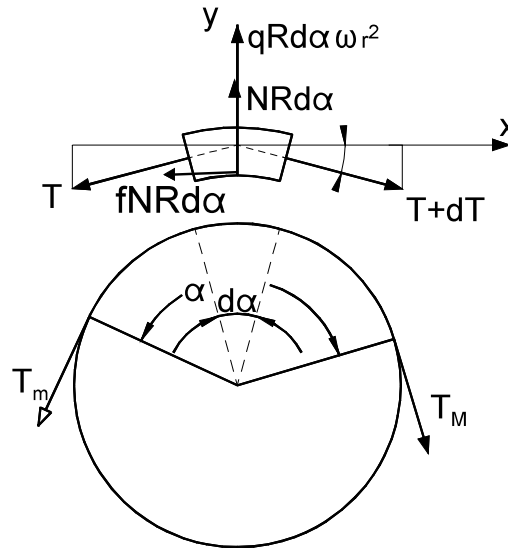


Figura 2

Definito un sistema di assi x y dove la y coincide con la normale al concio e la x è ad essa perpendicolare si considerano le forze che agiscono sull'elemento si ha:

- sulle due facce agiscono i tiri della cinghia, che non saranno uguali, e che poniamo pari a T e a $T+dT$
- la puleggia esercita sull'elemento una reazione normale che risulta pari a $N \cdot R \cdot d\alpha$ dove N rappresenta la reazione su un tratto di lunghezza unitario
- avendo le tensioni agenti sulle due facce valori diversi la cinghia tenderebbe a slittare per cui nasce una forza di reazione allo slittamento pari $fNRd\alpha$ dove f è il coefficiente d'attrito, relativo alla coppia di materiali puleggia-cinghia
- essendo il moto (cinghia puleggia) di tipo rotatorio nasce una forza centrifuga diretta secondo y e pari a $q \frac{v^2}{R} R d\alpha$, q rappresenta la massa della cinghia per unità di lunghezza, mentre v è la velocità periferica della puleggia (non si tiene conto dello spessore della cinghia), da cui si ottiene che la forza vale qv^2d

Avendo l'elemento di cinghia considerato uno spessore molto piccolo, approssimativamente si può ipotizzare che tutte queste forze sono applicate nel suo baricentro.

Si considera l'equilibrio del concio secondo gli assi x e y.

Secondo x

$$fNRd\alpha + T \cos \frac{d\alpha}{2} - (T + dT) \cos \frac{d\alpha}{2} = 0$$

Secondo la y

$$NRd\alpha + qv^2 d\alpha - T \sin \frac{d\alpha}{2} - (T + dT) \sin \frac{d\alpha}{2} = 0$$

si noti come sull'asse x non si considerano gli apporti della forza centrifuga e quella di reazione della puleggia, mentre sull'asse y non si tiene conto della forza di reazione di attrito.

Essendo l'angolo d molto piccolo si può ipotizzare $\cos(d/2)=1$ e $\sin(d/2)=d/2$, trascurando il prodotto di infinitesimi come $dT \cdot d/2$ e sommando i termini uguali si ha

$$fNRd + T - T - dT = 0 \quad \text{da cui} \quad fNRd - dT = 0 \quad (1)$$

e

$$NRd + qv^2 d - Td/2 - Td/2 - dT d/2 = 0 \quad \text{da cui} \quad NRd + qv^2 d - Td = 0 \quad (2)$$

Dalla relazione (1) si ha $NRd\alpha = \frac{dT}{f}$

che sostituita nella (2) da $\frac{dT}{f} + qv^2 d\alpha - Td\alpha = 0$

da cui si ottiene $\frac{dT}{d\alpha} = f(T - qv^2)$

e successivamente $f d\alpha = \frac{d(T - qv^2)}{(T - qv^2)}$

nel caso di cinghie di grosso spessore si deve tener conto anche della sollecitazione σ_f dovuta alla inflessione della cinghia sulla puleggia, che genera uno sforzo pari a $A \sigma_f$, che agisce in senso contrario alla tensione T per cui si avrà

$$f d\alpha = \frac{d(T - qv^2 - A \sigma_f)}{(T - qv^2 - A \sigma_f)}$$

I limiti di integrazione sono T_M e T_m per la tensione e α per l'angolo per cui si ottiene

$$T_M - qv^2 - A \sigma_f = (T_m - qv^2 - A \sigma_f) e^f$$

ricordando che per lo sforzo utile T_u si è trovato

$$T_u = T_M - T_m$$

sostituendo questo valore si trovano le relazioni che seguono

$$T_M = T_u \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} + qv^2 + A\sigma_f$$

$$T_m = T_u \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} + qv^2 + A\sigma_f$$

$$T_M = T_m e^{f\alpha} + (qv^2 + A\sigma_f)(1 - e^{f\alpha})$$

$$T_u = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} (T_M - qv^2 - A\sigma_f)$$

I valori di e^f e di $\frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}}$ si ricavano in funzione del coefficiente di attrito f .

Al momento della messa in esercizio, a riposo, esiste una tensione T_0 che tende ad avvicinare le due pulegge, nel caso le due abbiano lo stesso diametro per cui i tratti sono paralleli si ha

$$T_0 = \frac{T_M + T_m}{2} = \frac{T_u}{2} \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha} - 1} + qv^2 + A\sigma_f$$

per basse velocità (inferiori a 10 - 15 m/s) si potrà trascurare il termine derivato dalla accelerazione centrifuga e per cinghie di piccolo spessore si trascura il termine dovuto alla flessione, per cui si le relazioni sono

$$T_M = T_u \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

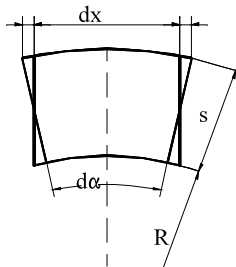
$$T_m = T_u \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}$$

$$T_M = T_m e^{f\alpha}$$

SOLLECITAZIONI SULLE CINGHIE

Dalle relazioni trovate in precedenza si ricavano le tensioni agenti sulla cinghia

$$\sigma_M = \frac{T_M}{A} \quad \sigma_m = \frac{T_m}{A} \quad \sigma_u = \frac{T_u}{A} \quad \sigma_c = \frac{q}{A} v^2$$



Per la tensione dovuta alla flessione con riferimento alla fig. 3 si ha

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{\frac{1}{2}s d\alpha}{\left(R + \frac{s}{2}\right) d\alpha} \cong \frac{s}{D} \quad \text{da cui} \quad \sigma_f = E \varepsilon = \frac{Es}{D}$$

considerando la relazione della T_u e sostituendo le relazioni trovate si

ha
$$T_u = A (\sigma_M - \sigma_c - \sigma_f) \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}}$$

da cui
$$\sigma_u = (\sigma_M - \sigma_c - \sigma_f) \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}}$$

ed infine
$$\sigma_M = \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \sigma_u + \sigma_c + \sigma_f$$

Figura 3

Considerando le varie sollecitazioni si noti come la σ_M sia la tensione maggiore per cui sarà il suo valore che si confronterà con la σ_{am} della cinghia imponendo

$$\sigma_M = \sigma_{am}$$

e sostituendo si ha

$$\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \sigma_u + \sigma_c + \sigma_f \leq \sigma_{am}$$

da cui

$$\sigma_u \leq \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} (\sigma_{am} - \sigma_c - \sigma_f)$$

che è possibile utilizzare per ricavare la sezione minima

$$A \geq T_u \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} \frac{1}{\sigma_{am} - \sigma_c - \sigma_f}$$

POTENZA MASSIMA TRASMISSIBILE

Ricordando che per la potenza la relazione

$$P = T_u v$$

dove con P misurato in W, T_u in N e v in m/s.

Per la velocità vale la

$$v = \frac{2\pi n}{60} \frac{D_m}{2}$$

Dove D_m è il diametro medio in m ed n è il numero di giri al minuto si ha:

$$P = T_u * \frac{D_m n}{19,1}$$

Sostituendo la T_u con l'espressione ricavata in precedenza si ha

$$P = \frac{e^{f\%} - 1}{e^{f\%}} A (\sigma_{am} - \sigma_c - \sigma_f) \frac{D_m n}{19,1}$$

Le formule trovate sono quelle utilizzate per ricavare i valori per i vari cataloghi.

SOLLECITAZIONE MASSIMA AMMISSIBILE

La sollecitazione massima dipende da varie circostanze quali: velocità cinghia, periodo d'esercizio, sforzo trasmesso, tipo di manutenzione.

In genere per la a_m si possono assumere valori compresi tra 1/5 e 1/10 del carico di rottura.

Nella tabella ci sono dei valori di riferimento

| PARAMETRI | Carico (N/mm ²) | | Modulo di elasticità E N/mm ² | Massa lineica specifica q_1 kg/m mm | Allungamento max. sotto carico di lavoro |
|------------------------------------|-----------------------------|----------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| | di rottura r | max ammiss. a_m | | | |
| Cuoio | 25÷40 | 2,5÷6 | 150÷250 | 1 | 1,5÷3 |
| Composita nylon-cuoio o elastomeri | 200÷225 | 25÷45 | 400÷600 | 1,1 | 0,5÷1,5 |
| Composita gomma-tessuti | 25÷50 | 2,5÷10 | 300÷500 | 1,2 | 0,5÷2 |
| Cotone, Balata ecc. | 35÷50 | 3,5÷10 | 125÷650 | 1,2 | 1,5÷3 |
| Per alte velocità | 100÷125 | 10÷25 | 150÷300 | 1,1 | 0,5÷1 |

COEFFICIENTE DI ATTRITO

Il coefficiente di attrito fra cinghia e puleggia dipende dalle superfici di contatto, e aumenta all'aumentare della velocità, per cinghie di cuoio su pulegge di ghisa vale $f=0,22 + 0,12v$

mentre per cinghie composite su pulegge di acciaio si ha $f = 0,5 - \frac{1}{5 + 0,1v}$

Dipende infine dalla temperatura, dall'umidità e dalle condizioni di esercizio.

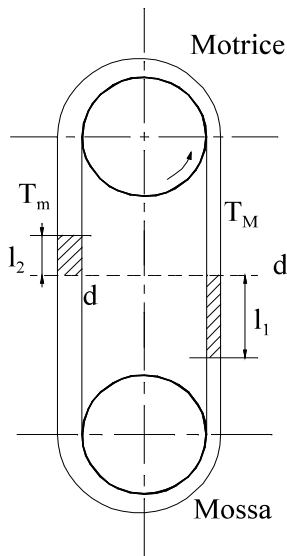
Nella tabella che segue sono riportati alcuni valori.

| Materiale delle cinghie | Materiale delle pulegge | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------|------|------|------|
| | Legno | Acciaio o ghisa | | | |
| | | (1) | (2) | (3) | (4) |
| Cuoio a concia vegetale | 0,30 | 0,25 | 0,20 | 0,12 | 0,15 |
| Cuoio a concia minerale | 0,45 | 0,40 | 0,35 | 0,20 | 0,25 |
| Gomma | 0,35 | 0,32 | 0,15 | | |
| Tessuto gommato | 0,38 | 0,35 | 0,20 | | |
| Balata | 0,35 | 0,32 | 0,20 | | |
| Cotone | 0,25 | 0,22 | 0,15 | 0,10 | 0,12 |

- (1) Pulegge pulite
- (2) Pulegge umide
- (3) Pulegge con tracce d'olio
- (4) Pulegge con tracce di grasso

PERDITA DI VELOCITÀ E DI POTENZA DOVUTA ALL'ELASTICITÀ DELLA CINGHIA

I rami di una cinghia sono soggetti a due sollecitazioni diverse T_M e T_m , per cui essi si deformeranno in modo diverso. Considerando un tratto di cinghia lungo l_0 , sottoposto a T_M si allungherà fino a l_1 , mentre se è soggetta a T_m si allunga fino a l_2 con $l_1 > l_2$.



Nella figura 4 si consideri la sezione d-d, per essa dovrà passare nei due rami, nell'unità di tempo, la stessa quantità di materiale non potendosi avere accumulo dello stesso, questo significa che nell'intervallo considerato per la sezione dovranno passare sia il tratto l_1 ed l_2 , essendo le due lunghezze diverse saranno diverse anche le velocità

$$v_1 = \frac{l_1}{t} \quad \text{e} \quad v_2 = \frac{l_2}{t} \quad \text{con} \quad v_1 > v_2.$$

I diversi allungamenti di l_0 nei due tratti, impongono uno scorrimento della cinghia sulla puleggia, con una perdita di potenza che si desidera ricavare.

Figura 4

La potenza (persa) cercata è la differenza tra la potenza che si avrebbe se la velocità fosse solo v_1 e quella che si avrebbe se la velocità fosse solo v_2 .

Se P è la potenza persa in percentuale si ha $\Delta P = \frac{T_u v_1 - T_u v_2}{T_u v_1}$

sostituendo i valore delle velocità trovati in precedenza e con opportune operazioni si ha

$$\Delta P = \frac{l_1 - l_2}{l_1}.$$

Indicando con E il modulo di allungamento della cinghia, ricordando la legge di Hooke e le relazioni per M e per m si ha

$$\varepsilon = \frac{\sigma_M}{E} \quad \text{e} \quad l_1 = l_0 + l_0 \quad \text{da cui} \quad l_1 = l_0 + \frac{l_0}{E} \frac{T_M}{A_M}$$

analogamente per la l_2 e si ha $l_2 = l_0 \left(1 + \frac{1}{E} \frac{T_m}{A_m} \right)$

che sostituendo nella formula della potenza persa si ha
$$\Delta P = \frac{l_0 \left(1 + \frac{1}{E} \frac{T_M}{A_M} \right) - l_0 \left(1 + \frac{1}{E} \frac{T_m}{A_m} \right)}{l_0 \left(1 + \frac{1}{E} \frac{T_M}{A_M} \right)}$$

da cui con opportuni passaggi si ha ed approssimando le due aree al valore A

$$\Delta P = \frac{T_M - T_m}{EA}$$

VELOCITÀ DI MASSIMO EFFETTO

Ricordata la formula ricavata per la potenza

$$P = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} A (\sigma_{am} - \sigma_c - \sigma_f) v$$

posto $q_1 = \frac{q}{A}$

e poiché $\sigma_c = q_1 v^2$ si ha

$$P = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} A (\sigma_{am} - q_1 v^2 - \sigma_f) v$$

La potenza si annulla per $v = 0$ e per

$$\sigma_{am} - q_1 v^2 - \sigma_f = 0$$

da cui si ricava $v_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{am} - \sigma_f}{q_1}}$

Per ricavare la velocità legata alla potenza massima si deve derivare l'espressione della potenza per v e porre uguale a 0 il risultato.

$$\frac{dP}{dv} = A \sigma_{am} - 3A q_1 v^2 - A \sigma_f = 0 \quad 3q_1 v^2 = \sigma_{am} - \sigma_f$$

da cui si ricava $v_{\max} = \sqrt{\frac{\sigma_{am} - \sigma_f}{3q_1}}$

che sostituita nell'espressione della potenza massima trasmissibile

$$P = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} \frac{2}{3} A (\sigma_{am} - \sigma_f) v_{\max}$$

GEOMETRIA DELLE TRASMISSIONI

In figura 5 è rappresentata una trasmissione con cinghia, trascurando lo spessore della cinghia e tenendo presente che i rami della cinghia tangenti alla puleggia si ha:

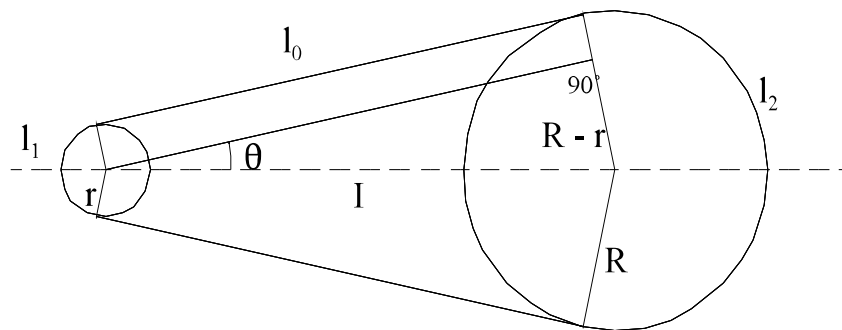


Figura 5

$$\begin{aligned} l_1 &= -2 \text{ sulla puleggia di raggio inferiore} \\ l_2 &= +2 \text{ sulla puleggia di raggio maggiore} \\ R-r &= I \sin \theta \end{aligned}$$

da cui ponendo $\sin \theta = \frac{R-r}{I} = \frac{D-d}{2I}$ si ha

La lunghezza totale è: $L = l_1 + l_2 + 2l_0 = l_1 * r + l_2 * R + 2I \cos \theta$

Si hanno diversi casi a secondo del tipo di collegamento.

– Cinghia aperta

Angolo di avvolgimento

$$\alpha_1 = \pi - 2 \arcsin \left(\frac{D-d}{2I} \right) \quad \alpha_2 = \pi + 2 \arcsin \left(\frac{D-d}{2I} \right)$$

Lunghezza

$$l_1 = \alpha_1 * r \quad l_2 = \alpha_2 * R \quad l_0^2 = I^2 + (R-r)^2$$

$$L = \left[\pi - 2 \left(\frac{D-d}{2I} \right) \right] \frac{d}{2} + \left[\pi + 2 \left(\frac{D-d}{2I} \right) \right] \frac{D}{2} + 2 \sqrt{I^2 + \left(\frac{D-d}{2I} \right)^2}$$

$$L = \pi \frac{d}{2} - 2 \left(\frac{D-d}{2I} \right) \frac{d}{2} + \pi \frac{D}{2} + 2 \left(\frac{D-d}{2I} \right) \frac{D}{2} + 2I \sqrt{1 + \left(\frac{D-d}{2I} \right)^2}$$

$$L = \pi \frac{D+d}{2} + \theta (D-d) + 2I \sqrt{1 - \left(\frac{D-d}{2I} \right)^2}$$

$$L = \pi \frac{D+d}{2} + \frac{D-d}{2I} (D-d) + 2I \sqrt{1 - \left(\frac{D-d}{2I} \right)^2}$$

– Cinghia incrociata

Angolo di avvolgimento

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \pi + 2 \arcsen \left(\frac{D+d}{2I} \right)$$

Lunghezza

$$L = \pi \frac{D+d}{2} + \theta(D+d) + 2I \sqrt{1 - \left(\frac{D+d}{2I} \right)^2}$$

CINGHIE PIATTE

Tipi di cinghie

- cuoio
- struttura composita in laminati plastici e cuoi, gomma o resina
- struttura composita in gomma e tessuti
- struttura in cotone , balata
- in sola gomma o plastica

Struttura di una cinghia composita in laminati plastici

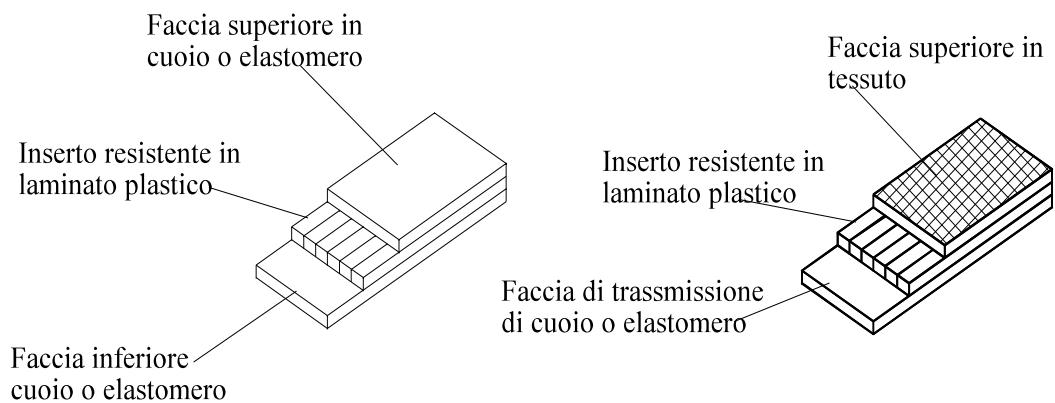


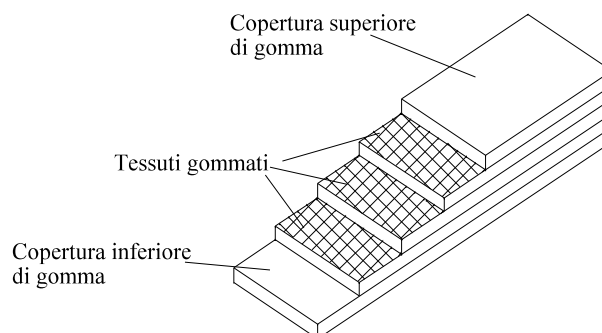
Figura 9 Cinghia piatta

le cinghie composite hanno una resistenza specifica 8 volte maggiore di quelle in cuoio, potenza fino a 30 kW e v fino a 40 - 45 ms

Cinghie a struttura composita in gomma

Sono composte da uno più strati tessili costituenti il nucleo resistente

Gli inserti possono essere in cotone o rayon o plastica, e si possono avere da 3 a 7 strati



Per il calcolo si devono conoscere degli elementi legati alle dimensioni quali : diametri, interasse, lunghezza della cinghia, rapporto di trasmissione, ampiezza dell'angolo di avvolgimento

Ed elementi legati all'esercizio: potenza massima da trasmettere, numero di giri delle pulegge (oppure la velocità periferica) , tipo motore, disposizione, presenza spostacinghia, tipo di giunzione, condizioni ambientali.

Formule per il calcolo della potenza

- P è la potenza da trasmettere kW
- P_1, P_2, P_3, P_4 sono le potenze specifiche per i vari tipi di cinghie kW/cm
- K_1 coefficiente correttivo per il tipo di motore, avviamento, macchina comandata
- K_2 coefficiente correttivo per caratteristica della trasmissione
- K_3 coefficiente correttivo per pulegge di piccolo diametro
- K_4 coefficiente correttivo per angolo di avvolgimento
- $P_{1c}, P_{2c}, P_{3c}, P_{4c}$ sono le potenze specifiche corrette per i vari tipi di cinghie kW/cm

- Cinghie di cuoio

$$P_{1c} = P_1 \frac{K_3 K_4}{K_1 K_2} \quad a = \frac{P}{P_1} \frac{K_1 K_2}{K_3 K_4}$$

- Cinghie composite in laminato plastico

$$P_{2c} = P_2 \frac{K_4}{K_1} \quad a = \frac{P}{P_2} \frac{K_1}{K_4}$$

- Cinghie composite in gomma e tessili

$$P_{3c} = P_3 \frac{K_4}{K_1 K_2} \quad a = \frac{P}{P_3} \frac{K_1 K_2}{K_4}$$

- Cinghie in gomma o plastica per alte velocità

$$P_{4c} = P_4 \frac{K_4}{K_1 K_2} \quad a = \frac{P}{P_4} \frac{K_1 K_2}{K_4}$$

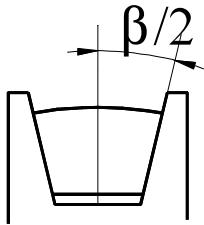
Campo applicazione cinghie piatte

| Tipo di cinghia e materiale | Costruzione | Potenza massima kW | Velocità massima m/s | Spessori medi approssimati s mm | Diametri minimi di puleggia app. mm | Campo di temperatura C |
|---------------------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|---------------------------------|-------------------------------------|------------------------|
| Cuoio | semplice | 750 | 40 | 4 ÷ 6 | 15 ÷ 20 s | -20 +50 |
| | doppia | 500 | 30 | 7 ÷ 9 | 15 ÷ 20 s | -20 +50 |
| | tripla | 1500 | 25 | 11 ÷ 14 | 30 ÷ 45 s | -20 +50 |
| Componente: nylon o poliestere | lamina in gomma o plastici | 3500 | 40 | 0,5 ÷ 6 | 30 ÷ 60 s | -30 +60 |
| Composita: gomma e tessili | Tessuti medi | 750 | 40 | 6 ÷ 20 | 15 ÷ 30 s | -30 +60 |
| | Tessuti pesanti | 1500 | 40 | 6 ÷ 20 | 15 ÷ 30 s | -30 +60 |
| Cotone, balata e altre fibre tessili | Multistrato o unico strato | 1500 | 30 | 4 ÷ 20 | 20 ÷ 30 s | -20 +40 |
| In gomma o plastici per alte velocità | Unico strato | 50 | 70 | 0,5 ÷ 2 | 15 ÷ 30 s | -20 +80 |

CINGHIE TRAPEZOIDALI

Le cinghie trapezoidali hanno una sezione avente la forma di un trapezio isoscele.

Esse operano su pulegge che hanno la superficie esterna su cui è ricavata una gola anch'essa a forma trapezia.



$$\text{Il coefficiente d'attrito diventa } f' = \frac{f}{\sin \frac{\beta}{2}}$$

per le pulegge correnti in genere $f = 0,4$

Figura 11

Rispetto alle cinghie convenzionali le cinghie trapezie possiedono i seguenti vantaggi:

- Elevata efficienza, si riesce a sfruttare maggiormente la resistenza della cinghia
- Alto rendimento in quanto risulta migliore l'aderenza e diminuiscono gli sbattimenti e le vibrazioni
- Ingombri limitati in quanto è possibile utilizzare interassi minori
- Possibilità di alti rapporti di trasmissione, per la migliore aderenza
- Limitata tensione sui supporti in quanto serve una minore tensione di montaggio
- Silenziosità
- Ampia adattabilità (trasmissioni orizzontali, verticali, inclinate incrociate ecc.)
- Costo limitato

Le dimensioni delle varie cinghie (e quelle delle pulegge) risultano unificate, con i relativi benefici che ciò comporta.

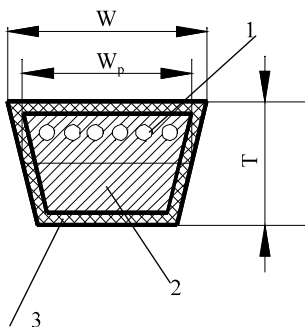


Figura 12

In figura 9 sono indicati gli elementi che compongono la cinghia.

La zona 1 è la parte resistente e deve sopportare il carico, è formata da inserti che devono essere robusti, flessibili ed inestensibili, il materiale maggiormente utilizzato è il poliestere, anche se si utilizzano anche inserti metallici.

Si possono avere una o più file di inserti.

La zona 2 è la parte interna della cinghia, deve possedere buona resistenza a fatica, bassa isteresi

La zona 3 è la parte esterna, deve possedere buona resistenza all'usura, alto coefficiente di attrito.

È costituita da più tele gommate.

Definizioni

Cinghia

Linea primitiva: linea circonferenziale che, nella cinghia, conserva la stessa lunghezza, quando la cinghia viene curvata perpendicolarmente alla sua base.

Zona primitiva: Superficie cilindrica contenente tutte le linee primitive.

Larghezza primitiva **Wp** larghezza della zona primitiva

Larghezza della sommità **W** base maggiore del trapezio sezione trasversale

Altezza **T**, altezza del trapezio

Altezza relativa è il rapporto **T/Wp**, in base al valore dell'altezza primitiva si ha

$T/Wp = 0,9$ cinghie strette, applicazioni industriali, autoveicoli, elettrodomestici tipo moderno

$T/Wp = 0,7$ cinghie classiche, applicazioni industriali, autoveicoli, elettrodomestici

$T/Wp = 0,5$ cinghie semilarghe, variatori di velocità (macchine agricole)

$T/Wp = 0,3$ cinghie larghe variatori di velocità di tipo industriale

Puleggia

Angolo della gola di una puleggia : è l'angolo formato dai lati di una sezione trasversale di una gola

Larghezza primitiva della gola **Wp** : Larghezza uguale alla larghezza primitiva della cinghia usata

Diametro primitivo **dp** Diametro della puleggia corrispondente alla larghezza primitiva

Circonferenza primitiva **Cp** circonferenza relativa al diametro primitivo

Il rapporto di trasmissione è definito in base ai diametri primitivi.

Cinghie tipo industriale

Cinghie trapezoidali classiche

| Denominazione ISO Wp (mm) | Tipo | Designazione corrente | |
|------------------------------|-------|-----------------------|----|
| | | W | T |
| 5,3 | | 6,4 | 4 |
| 8,5 | Z o M | 10 | 6 |
| 11 | A | 13 | 8 |
| 14 | B | 17 | 11 |
| 19 | C | 22 | 14 |
| 27 | D | 32 | 19 |
| 32 | E | 38 | 25 |

Relazioni fondamentali per il calcolo

Si ricorda l'espressione ricavata per la potenza ammissibile $P = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} A' (\sigma_{am} - \sigma_c - \sigma_f) v$

La σ_{am} è legata al numero di cicli della cinghia n_c secondo la relazione $\sigma_{am} n_c = \text{cost} = K$

n_c è possibile ricavarlo dalla relazione $n_c = \frac{z' h v}{L_p}$

dove h è la durata in ore, L_p è la lunghezza primitiva della cinghia z' è il numero di cinghie

Considerando 2 cinghie e sostituendo è possibile ricavare la tensione ammissibile

$$\sigma_{am} = K \left(\frac{L_p}{2h} \right)^\delta v^{-\delta}$$

Anche per tensione σ_f si possono fare considerazioni simili, essa è legata al numero di giri attraverso una relazione del tipo $n_1 = n_2 = n_x$, ricordando l'espressione trovata in precedenza per σ_f e sostituendo nell'espressione della potenza si ottiene

$$P_a = \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha}} A' \left[K \left(\frac{L_p}{2h} \right)^\delta v^{-\delta} - \frac{2Es_1}{C_4 d_1} - q_1 v^2 \right] v$$

nella quale C_4 è una costante che dipende dal rapporto di trasmissione e vale uno se le due pulegge sono uguali.

In genere il calcolo di una cinghia viene fatto con l'ausilio di un catalogo dove è riportata il valore della potenza base, ricavata sperimentalmente da esperienze fatte su una cinghia di lunghezza data L_{p0} e operante su due pulegge aventi lo stesso diametro per cui si ha $d_1 = d_2$ e quindi $C_4 = 1$.

L'espressione della potenza diventa $P_0 = \frac{e^{f\pi} - 1}{e^{f\pi}} A' \left[K \left(\frac{L_{p0}}{2h_0} \right)^\delta v^{-\delta} - \frac{2Es_1}{d_1} - q_1 v^2 \right] v$

Nelle reali condizioni di funzionamento la potenza effettivamente trasmessa è diversa dalla P_0 a causa delle differenti condizioni di esercizio, dal diverso rapporto di trasmissione ed angolo di avvolgimento, e dalla diversa lunghezza.

Per passare da P_0 alla Potenza effettiva si utilizzano dei coefficienti

K_1 tiene conto del tipo di motore, dell'utilizzazione e dell'esercizio

K_2 tiene conto di eventuali caratteristiche particolari della trasmissione (ad es tipo di trasmissione, verticale, incrociato ecc)

per tener conto dell'angolo di avvolgimento , diverso da π , si definisce il coefficiente C_α ricavabile

dalla relazione $C_\alpha = \frac{e^{f\pi} - 1}{e^{f\alpha} - 1} \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\pi}}$

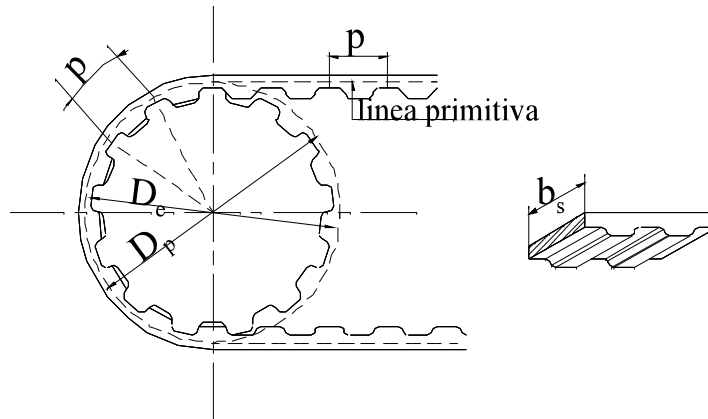
C_L è un coefficiente correttivo tiene conto della diversa lunghezza ed è ricavabile dalla relazione

$$C_L = 1 + 2,4 \left[\left(\frac{L_p}{L_0} \right)^{0,09} - 1 \right]$$

CINGHIE SINCRONE

Le caratteristiche principali delle cinghie sincrone sono:

- consentono una trasmissione del moto senza slittamento
- possono funzionare al limite senza tensione iniziale con un limitato carico sui supporti
- possono lavorare ad alte velocità
- sono, per il particolare tipo di inserto, inestensibili
- si possono realizzare trasmissioni compatte e leggere, fino a 17 kW per cm di larghezza
- sono silenziose



Anche per le cinghie sincrone vale quanto scritto per le cinghie trapezoidali per quanto riguarda la linea primitiva e la lunghezza primitiva

Definizioni

- z_p è il numero di denti della puleggia
 z_b è il numero di denti della cinghia
 b_0 è la larghezza di riferimento della cinghia
 b_1 è la larghezza della puleggia in mm
 q massa lineica
 T_{am} tensione massima ammissibile
 P_0 prestazione base in kW
 P_a prestazione attuale
 z_1, z_2 numero di denti delle pulegge di diametro d_1 e d_2

Si ha:

Il passo della cinghia deve essere uguale a quello della puleggia

La linea primitiva della cinghia coincide con la primitiva della puleggia

Per ottenere il diametro primitivo si ha

$$z_p \cdot p = \pi d \quad d = (z_p \cdot p) / \pi \quad d > d_0 \text{ diametro esterno della puleggia}$$

$$L_p = z_b \cdot p \quad \text{lunghezza primitiva}$$

dovrebbe essere $b_1 = b_0$ in pratica $b_1 > b_0$

Caratteristiche

L'inserto deve essere molto resistente, in genere è fatto in fibra di vetro, o in poliammide, ed è situato in corrispondenza della primitiva

Il corpo della cinghia è l'elemento in cui è annegato l'inserto, in genere è in gomma

Il rivestimento dei denti è un tessuto in genere in nailon e deve resistere alle abrasioni

Denominazioni

Lunghezza primitiva - Tipo - Larghezza

es. 510 H 075

L = 51 pollici

passo H = mezzo pollice

Larghezza 3/4 di pollice

Passo

XL 2,023 mm

L 9,525 mm

H 12,700 mm

XH 22,225 mm

XXH 31,750 mm

Il calcolo viene effettuato in modo analogo a quello utilizzato per le cinghie trapezie, si parte da una potenza base ricavata da un catalogo e quindi si calcola la potenza effettivamente trasmessa mediante delle costanti

Appendice

Fattori di servizio (coefficiente di correzione secondo le condizioni di esercizio e la natura del carico. (K_1))

| | Tipo Motore | | | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------|--------|---------|
| | Motori elettrici a corrente alter- nata: a coppia normale, a gabbia di scoiattolo, sincroni | Motori elettrici a corrente alter- nata: ad alta coppia, ad alto scorri- mento, monofasi, rotore avvol- to, a collettore | | | | |
| | Motori elettrici a corrente con- tinua: eccitazione in parallelo; motori termici pluricilindrici: turbine a gas o a vapore. | Motori elettrici a corrente con- tinua: eccitazione in serie composita, motori termici monocilindrici con innesto diretto o con con- troalbero; motrici a vapore | | | | |
| Tipo di servizio | Ore quotidiane di servizio | | | | | |
| | 0 - 8 | 8 -16 | 16 - 24 | 0 - 8 | 8 - 16 | 16 - 24 |
| Servizi leggeri Pompe centrifughe e compressori, convogliatrici a nastro (materiali leggeri) ventilatori e pompe fino a 7,5 kW | 1,1 | 1,1 | 1,2 | 1,1 | 1,2 | 1,3 |
| Servizi normali Cesoie per lamiere, presse, convo- gliatrici a nastro ed a catena, setacci (materiale pesante), gruppi genera- tori, macchine utensili, impastatrici, lavatrici industriali, presse tipogra- fiche, ventilatori e pompe oltre i 7,5 kW | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| Servizi gravosi Mulino a martelli, compressori a stantuffo, convogliatori a nastro di forte portata, montacarichi, macchi- ne per l’industria tessile, macchine continue per l’industria cartaria, pompe a stantuffi, pompe per dra- gaggio, seghe alternative | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| Servizi particolarmente gravosi Mulini ad alta potenza, frantoi da pietre, calandre, mescolatori, gru, macchine scavatrici, draghe. | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,5 | 1,6 | 1,8 |

Fattore correttivo per caratteristiche particolari delle trasmissioni (K₂)

| | |
|----------------------------------------------------|-----------|
| Trasmissione verticale o con angoli inferiori a 45 | 1,2 - 1,3 |
| Trasmissione incrociata o semincrociata | 1,3 ÷ 1,5 |
| Galoppino tenditore: su tratto lento: interno | 1 |
| esterno | 1,1 |
| su tratto teso interno | 1,1 |
| esterno | 1,2 |
| Presenza di olio o polvere | 1,3 |

Coefficiente correttivo per pulegge di piccolo diametro K₃ (solo cinghie in cuoio)

| | | | | | | |
|----------------------------------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|
| Diametro puleggia minore (in mm) | 0 ÷ 100 | 101 ÷ 200 | 201 ÷ 300 | 301 ÷ 400 | 401 ÷ 750 | > 750 |
| Coefficiente correttivo K ₃ | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |

Fattore di correzione angolo (K₄)

$$\gamma = 180^\circ - 57 \frac{D-d}{I_c}$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 180 | 175 | 170 | 165 | 160 | 155 | 150 | 145 | 140 | 135 | 130 | 125 | 120 | 115 | 110 | 105 | 100 | 90 |
| C | T/T | 1 | 0,99 | 0,98 | 0,96 | 0,95 | 0,93 | 0,92 | 0,90 | 0,89 | 0,87 | 0,86 | 0,84 | 0,82 | 0,80 | 0,78 | 0,76 | 0,74 | 0,69 |
| | T/P | 0,75 | 0,76 | 0,77 | 0,79 | 0,80 | 0,81 | 0,82 | 0,83 | 0,84 | 0,85 | 0,86 | 0,84 | 0,82 | 0,80 | 0,78 | 0,76 | 0,74 | 0,69 |

T/T = Trasmissione Trapez./Trapez

T/P = Trasmissione Trapez./Piana

= Area di contatto puleggia minore